

به نام خداوند بخشنده‌ی مهربان



**تهیه و تنظیم: اعضای تیم نهمین المپیاد جهانی نجوم و اخترفیزیک**

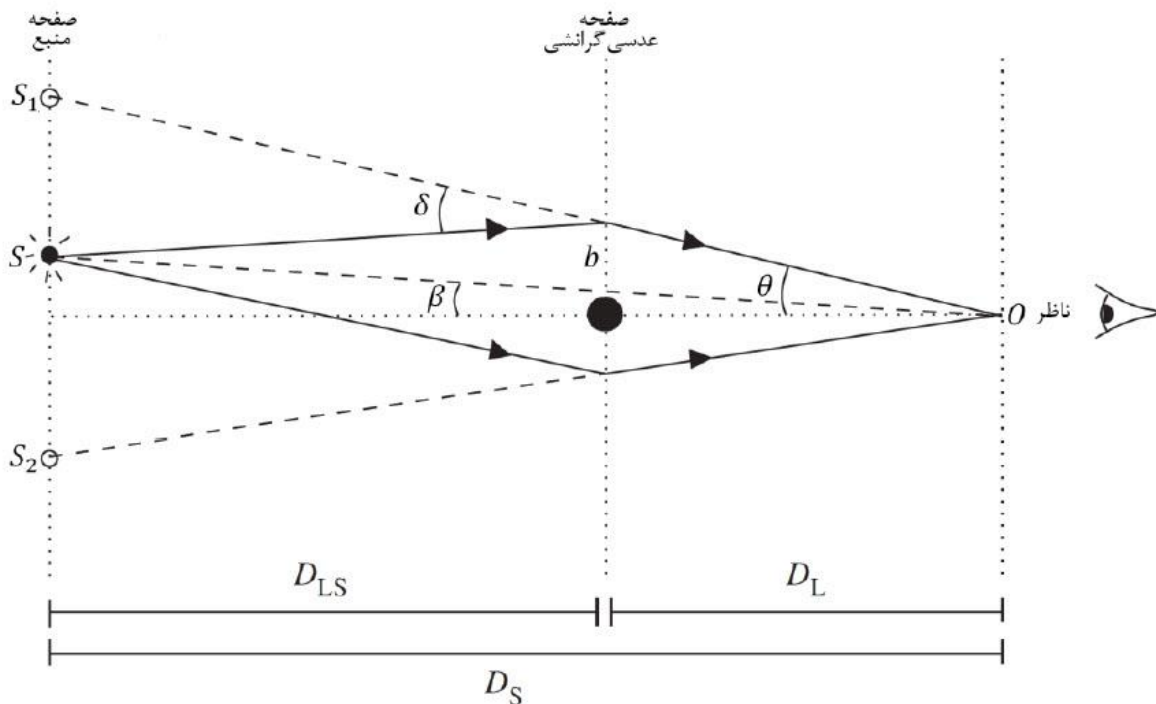
**توضیحات:** این مجموعه سوالات برای افزایش توانایی شما در حل مسئله و حل مسائلی است که نسبتاً جدید هستند. بخشی از این سوالات نیز برگرفته از سوالات دوره تابستانه یا سوالات المپیاد جهانی نجوم و اخترفیزیک است. اگر در نگاه اول سوالات سخت با غیر قابل حل به نظر آمدند نگران نشوید و به فکر کردن راجع به آنها ادامه دهید. زیرا تنها چیزی که از هر مجموعه سوال میتواند مفید باشد، یادگیری نحوه فکر کردن است که در مراحل مختلف به شما کمک خواهد کرد.

## لنز گرانشی :

انحراف نور در میدان های گرانشی، نخستین بار توسط اینشتین در سال 1912 پیش بینی شد. این، پیش از انتشار نظریه نسبیت عام در سال 1916 بود. جسم سنگینی که موجب انحراف نور میشود، همانند یک عدسی آسمانی رفتار میکند. این پیش بینی در سال 1919 توسط سر آرتور استنلی ادینگتون تایید شد. این اثر را میتوان در سه دسته بررسی کرد :

همگرایی گرانشی قوی : در این مورد، تصویر منبع در اثر انحراف شدید نور به شدت تغییر خواهد کرد. همگرایی گرانشی ضعیف : در این نوع همگرایی تصویر منبع به خاطر انحراف نور کمی کشیده خواهد شد. ریز همگرایی گرانشی : این نوع همگرایی گرانشی، در مقیاس های کهکشانی توسط ستارگان رخ میدهد و بدلیل زاویه کم در تصاویر ایجاد شده، تلسکوپ های زمینی قادر به تفکیک این نوع همگرایی نخواهند بود. این اثر را به صورت تقویت نور ستاره پس زمینه مشاهده میکنند.

در همگرایی گرانشی، نور همواره در صفحه عدسی \_ چشمه \_ ناظر خواهد بود.



در شکل بالا ، نمای کلی این اثر را مشاهده میکنید .

## بخش اول، ویژگی های هندسی تصاویر

**الف:** با در نظر گرفتن نور به عنوان ذره، مقدار انحراف پرتو نور به خاطر حضور میدان گرانشی را بدست آورید. مقداری که نظریه نسبیت عام برای این اثر پیش بینی میکند دو برابر مقدار فوق است.

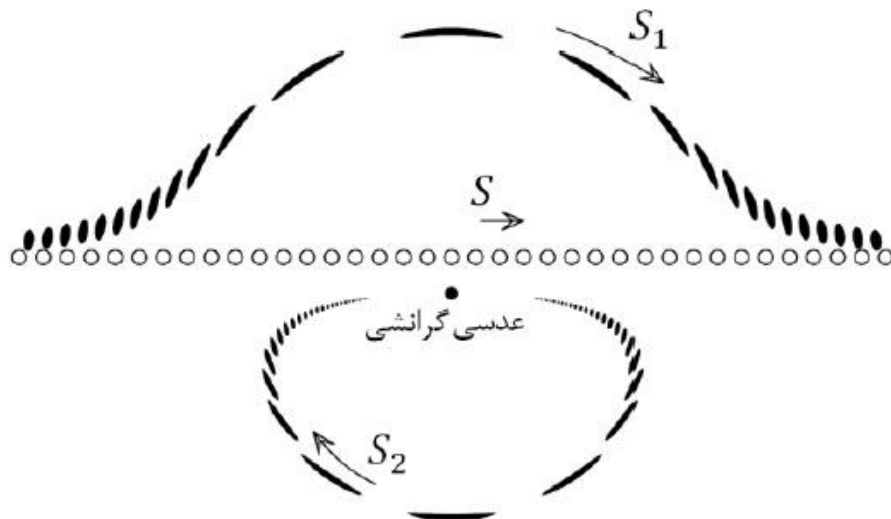
**ب:** در حالتی که عدسی و چشمه، در یک خط قرار گرفته باشند؛ نشان دهید که تصویر چشمه یک حلقه خواهد شد و شعاع زاویه ای این حلقه را نیز بدست آورید. این شعاع را شعاع انیشتین مینامند.

**پ:** حال با فرض این که منبع و عدسی روی یک خط نیستند، در این حالت  $\theta$  را بر حسب  $\beta$  و شعاع انیشتین بدست آورید. همان طور که از روی جواب معلوم است، دو تصویر از هر منبع ایجاد میشود.

**ت:** کمیت  $\frac{\delta\theta}{\delta\beta}$  را به عنوان بزرگنمایی تصاویر تعریف میکنیم. مقدار این کمیت را بر حسب  $\eta = \frac{\theta}{\beta}$  در حالت  $\theta \ll \delta\theta$  و  $\beta \ll \delta\beta$  بدست آورید.

## بخش دوم: تقویت روشنایی منبع

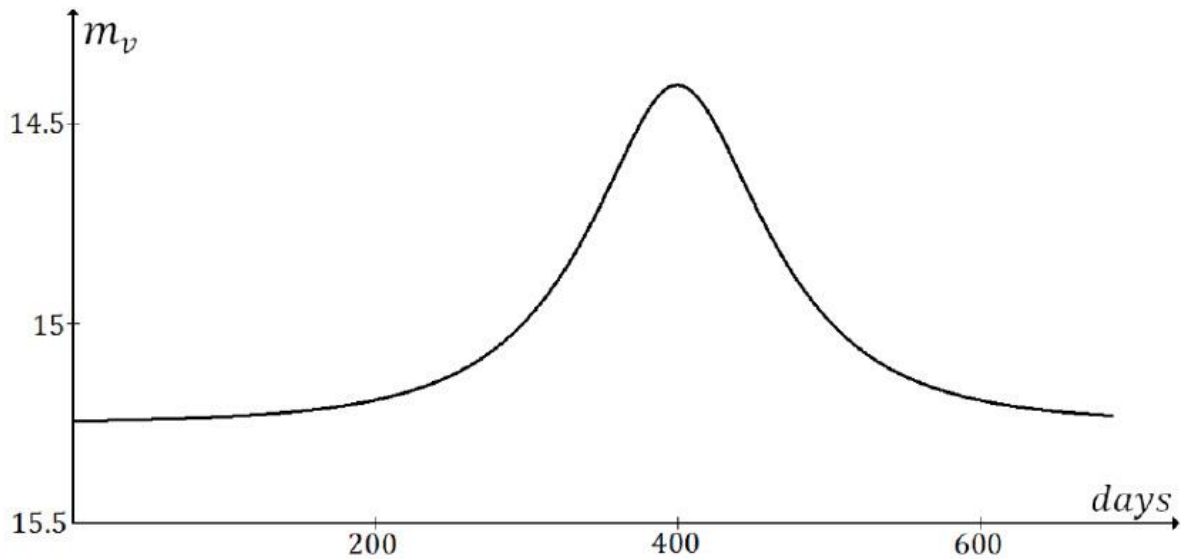
تصویر زیر از صفحه آسمان ناظر، افزایش سطح تصاویر نسبت به سطح منبع ( $S$ ) را در اثر حرکت خاصه نشان میدهد. اگر تلسکوپ های زمینی قادر به تفکیک اثر عدسی گرانشی نباشند، با استفاده از تغییرات قدر ظاهری منبع میتوان در مورد عدسی اطلاعاتی کسب کرد. در طی این اثر ثابت میشود که اگر از انبساط کیهان صرف نظر کنیم، درخشندگی سطحی در اثر تشکیل تصویر ثابت میماند.



**الف :** رابطه ای برای میزان افزایش درخشندگی منبع بر حسب  $\beta$  بدست آورید.

**ب :** قدر ظاهری منبع را به صورت تابعی از زمان بدست آورید.

**ج :** نمودار زیر داده های حاصل از فوتو متری یک ستاره در فاصله 50 کیلو پارسک است که تحت تاثیر این اثر قرار گرفته است. با توجه به حرکت خاصه این ستاره، تخمین زده میشود که کمترین فاصله زاویه ای ستاره و سیاهچاله، نیم میلی ثانیه قوسی است. اگر فاصله سیاهچاله از ناظر زمینی، 35 کیلو پارسک باشد، با توجه به نمودار، جرم سیاهچاله را بدست آورید.



**د :** با توجه به داده ها، سرعت حرکت ستاره را نیز بدست آورید.

### بخش سوم : حالت های کلی تر

**الف :** کهکشانی را در نظر بگیرید که تحت تاثیر اثر لنزینگ قرار گرفته است. دستگاه مختصات قطبی مسطحی بر روی صفحه آسمان قرار دهید طوری که راستای اندازه گیری زاویه سمت، خط واصل عدسی و چشمه باشد. زاویه سمت تصویر را  $\gamma$  مینامیم. نشان دهید رابطه  $\gamma$  بر حسب مشخصات تصویر و منبع به صورت زیر است.

$$\theta_E^4 = \theta^4 + \theta^2 \beta^2 - 2\beta \theta^3 \cos \gamma$$

که در رابطه بالا، منظور از  $\theta_E$  همان شعاع انیشتین است.

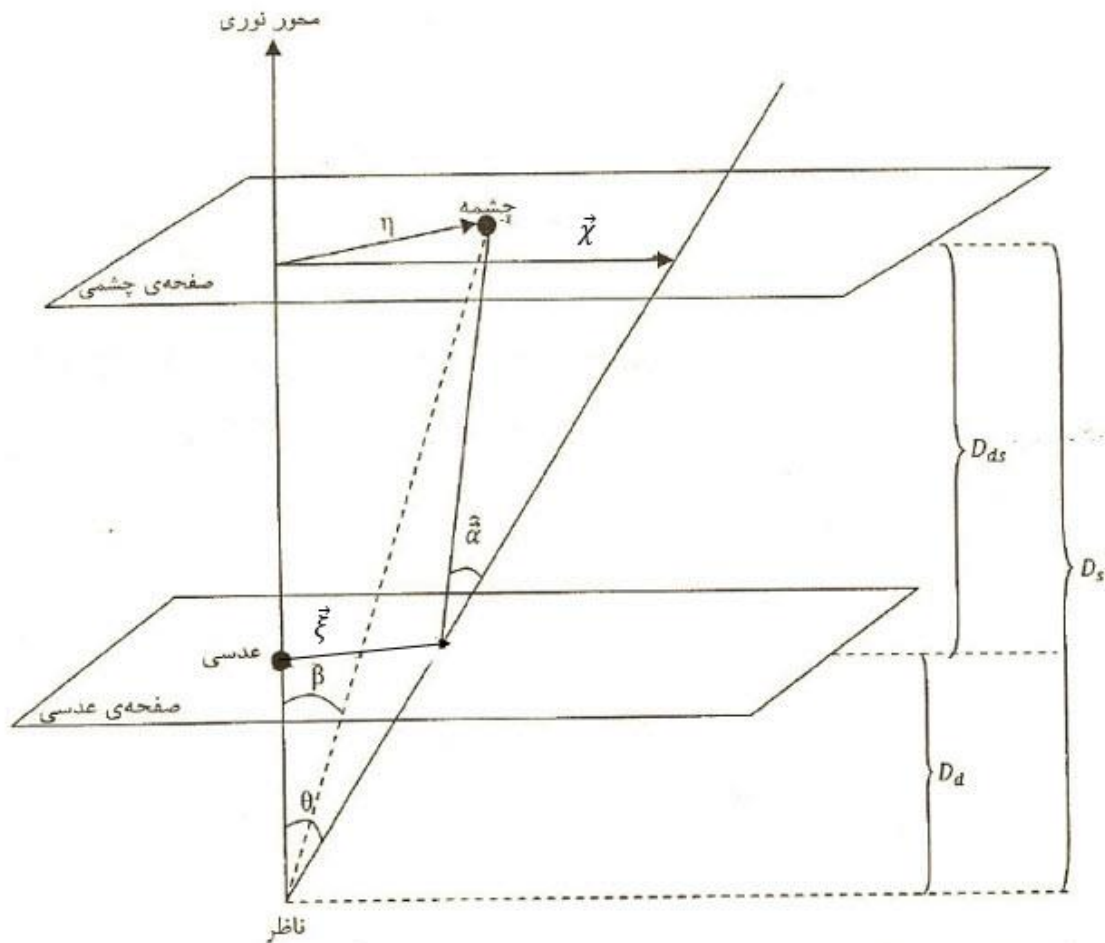
ب: فرض کنید که عدسی گرانشی در قرمز گرایی  $Z_1$  و کهکشان در قرمز گرایی  $Z_2$  قرار دارد. با فرض تخت بودن جهان و صرف نظر از مولفه تابش، رابطه عدسی گرانشی را بر حسب  $Z_1$  و  $Z_2$  بدست آورید. (منظور از رابطه عدسی گرانشی، رابطه  $\theta$  بر حسب  $\beta$  است).

پ: در حالتی که منبع و عدسی، اجسام گسترده باشند. این اثر کمی متفاوت خواهد بود. در این حالت، معادله عدسی گرانشی یک معادله برداری خواهد شد. نشان دهید که این معادله به صورت زیر است:

$$\vec{\alpha} = \vec{\theta} - \vec{\beta}$$

که  $\vec{\alpha}$  را میتوان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{\alpha} = \frac{D_{LS}}{D_{OS}} \hat{\alpha}$$



ت: برای یک کهکشان که دارای تقارن سمتی با چگالی سطحی  $\sigma$  است، زاویه  $\alpha$  برابر است با:

$$\hat{\alpha} = \frac{4\pi\sigma^2}{c^2}$$

نشان دهید در این صورت، معادله لنز گرانشی به صورت زیر است :

$$\vec{\beta} = \vec{\theta} \left( 1 - \frac{\theta_E}{\theta} \right)$$

و  $\theta_E$  را نیز تعیین کنید.

ث : یک ستاره نوترونی با جرم  $3.5 M_{sun}$  و چگالی  $10^{18} kg.m^{-3}$  در نظر بگیرید. فرض کنید شواهدی از وجود سیاره اطراف ستاره دیده شده و میخواهیم با استفاده از اثر همگرایی گرانشی، سیاره را آشکار سازی کنیم. فرض کنید تابش ستاره نوترونی در دو مخروط با زاویه راس 30 در راستای صفحه مداری سیاره انجام میشود. شعاع مداری سیاره را طوری تعیین کنید که تلسکوپ هابل قادر به تفکیک این اثر باشد. فاصله ستاره از ما  $50 kpc$  و طول موج پرتو  $x$  را  $1 nm$  در نظر بگیرید.

### سوال امتیازی

احتمال رخ دادن پدیده ریز همگرایی گرانشی به ازای تعداد معلومی از ستاره های زمینه چقدر است ؟ (منظور این است که اگر فرض کنیم ستاره های زمینه در یک فاصله مشخص از ما قرار گرفته باشند، با چه احتمالی عدسی های زمینه میتوانند یک ریز همگرایی تولید کنند.)

فرض کنید که هنگامی ریز همگرایی رخ میدهد که فاصله زاویه ستاره و عدسی از  $\theta_E$  کمتر باشد.

مرتبه مقداری این احتمال را نیز به طور حدودی حساب کنید.

موفق باشید