

بِسْمِ اللَّهِ الْخَالِقِ الْمُتَعَالِ

آزمون آزمایشی مرحله دوم
المپیاد نجوم و اخترفیزیک

نهمین تیم جمهوری اسلامی ایران در
المپیاد جهانی نجوم و اخترفیزیک



وقت پیشنهادی: 180 دقیقه

تعداد سوالات: 7

استفاده از ماشین حساب مهندسی که قابل برنامه ریزی نباشد، مجاز است.

ثوابت فیزیکی و نجومی

$6.67 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$	ثابت جهانی گرانش G
$5.67 \times 10^{-8} W m^{-2} K^4$	ثابت استفان بولتزمن σ
$1.38 \times 10^{-23} J k^{-1}$	ثابت بولتزمن k
$6.63 \times 10^{-34} J s$	ثابت پلانک h
$3 \times 10^8 m s^{-1}$	سرعت نور در خلأ c
$9.46 \times 10^{15} m$	سال نوری ly
$3.09 \times 10^{16} m$	پارسک pc
$1.5 \times 10^{11} m$	واحد نجومی AU
$6.96 \times 10^8 m$	شعاع خورشید R_{\odot}
$6.38 \times 10^6 m$	شعاع زمین R_{\oplus}
$1738 km$	شعاع ماه R_m
$1.99 \times 10^{30} kg$	جرم خورشید M_{\odot}
$5.97 \times 10^{24} kg$	جرم زمین M_{\oplus}
$5777 K$	دمای سطح خورشید T_{\odot}
$3.85 \times 10^{26} W$	درخشندگی خورشید L_{\odot}
$1362 W m^{-2}$	ثابت خورشیدی f_{\odot}
4.72	قدر مطلق بولومتریک خورشید
-26.7	قدر ظاهری خورشید
$68 km s^{-1} Mpc^{-1}$	ثابت هابل H_0

سؤال یک:

فرض می‌کنیم خورشید ستاره‌ای همدم دارد به طوری که مدار ستاره همدم دور خورشید در صفحه دایره‌البروج باشد. اگر ستاره همدم به قسمتی از عمر خود برسد به طوری که جرم از دست بدهد می‌توان فرض کرد یک قرص برافزایشی دایروی حول خورشید به وجود می‌آید. ناظری در منظومه‌ای ستاره‌ای دور دست قرار دارد که عرض و طول دایره‌البروجی این منظومه از دید منظومه شمسی به ترتیب β و λ است. این ناظر به بررسی قرص برافزایشی حول خورشید می‌پردازد. با فرض این که قرص در تعادل گرمایی است، تابعیت دمایی قرص به فاصله زاویه‌ای از مرکز خورشید (α) از دید ناظر چه قدر است؟ اگر لازم داشتید یک زاویه سمتی هم تعریف کنید. آهنگ فرود جرم بر روی خورشید را \dot{M} بگیرید.

سؤال دو:

چهار شهر دل‌خواه روی زمین در نظر بگیرید. شرطی ریاضی برای فاصله بین شهرها بیابید به طوری که بتوان گفت حتماً صفحه‌ای تخت از این چهار شهر می‌گذرد به طوری که لااقل سه شهر از آن‌ها هم‌زمان ستاره‌ای با بعد و میل $2h$ و 40° را در ارتفاع 20° ببیند. همه مراحل اثبات باید قانع کننده و مستدل باشد. در پاسختان می‌تواند عرض و طول جغرافیایی شهرها ظاهر گردد.

سؤال سه:

کهکشانی ماریپچی با ستاره‌های خورشیدگون داریم که قدر سطحی مرکز آن $20 \frac{mag}{arcsecond^2}$ و فاصله آن تا ما $50 Mpc$ برآورد شده است. زاویه خط عمود بر کهکشان با راستای دید 30° است و تابعیت درخشندگی سطحی بر حسب فاصله از مرکز کهکشان در داخل صفحه کهکشان این گونه است:

$$I = I_0 e^{-\frac{r}{r_*}}$$

r_* را برابر با $3.5 kpc$ بگیرید.

الف) قدر ظاهری کهکشان را بیابید.

ب) تعداد ستاره‌های کهکشان را تخمین بزنید.

ج) با فرض این که بیشترین پهن شدگی خطوط تابش $21 cm$ برابر $0.2 mm$ و شعاع کهکشان $10 kpc$ باشد نسبت $\frac{M}{L}$ را برای این کهکشان بیابید.

سؤال چهار:

فرض کنید بعد از شکل‌گیری خورشید، یک ابر غبار کم فشار و کم چگال با تقارن کروی حول خورشید وجود داشت. شرطی برای ضریب کدریت ابر بیان کنید که سرانجام کل ابر به بیرون منظومه شمسی رانده شود. آیا چنین چیزی ممکن است؟ شعاع منظومه شمسی را حدود $10^5 Au$ و چگالی ابر را $10^{-15} \frac{kg}{m^3}$ و یکنواخت بگیرید.

سؤال پنج:

اگر فرض کنیم خورشید ناگهان ناپدید شود، چه قدر احتمال دارد زمین و مشتری بعد از یک سال از فاصله کمتر صدمیلیون کیلومتری هم رد شوند. از گرانش سیارات بر یک دیگر و برخوردشان صرف نظر کنید.

سؤال شش:

یک دایره داریم که از مرکز آن دو پاره خط با زاویه α از یکدیگر به محیط وصل شده اند. این دایره با سرعت زاویه ای ω حول مرکزش می چرخد. از دید ناظری که با زاویه θ نسبت به خط عمود بر دایره به آن نگاه می کند، زاویه بین دو پاره خط را بر حسب زمان بیابید. لحظه صفر را هنگامی بگیرید که زاویه بین دو پاره خط کمترین مقدار است.

سؤال هفت:

در شبی رصدی در شهری با عرض 30° که ماه کامل دیده می شود، چه ساعتی محلی بیشینه اختلاف بعد بین دو نقطه روی قرص ماه نصف بیشینه اختلاف سمت بین دو نقطه روی قرص ماه می شود؟ میل مرکز ماه را در آن شب 5° در نظر بگیرید. از شعاع زمین نسبت به فاصله زمین - ماه صرف نظر می کنیم.

التماس دعا

یا علی