به نام یکتای درکمال

علم مایه‌ی اقتدار است؛ هر کس آن را به دست آورد برتری می‌یابد و هر کس قدر آن را نداند بر او برتری می‌یابند.
« امام علی (ع) »

چهاردهمین دوره‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

کتابچه‌ی دوره‌ی تابستانه‌ی ۱۳۹۷

رئیس کمیته‌ی نجوم و اخترفیزیک: دکتر مهدی خاکیان قمی

مسئول آماده‌سازی و برگزاری آزمون‌ها: محمّدهادی ستوده

مسئول هماهنگی و برگزاری: روزبه قادری

چهاردهمین دوره‌ی تابستانه‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک از ۹ مرداد لغایت ۱۱ مهر ۱۳۹۷ برگزار شد. در این دوره، دانش‌آموزان برگزیده‌ی کشور در زمینه‌ی نجوم و اخترفیزیک کلاس‌هایی را در موضوعات **تئوری** (اخترفیزیک ستاره‌ای، اخترفیزیک کهکشانی، کیهان‌شناسی، مکانیک سماوی، نجوم کروی و ابزارشناسی)، **تحلیل داده** و **رصد** گذراندند و با برگزاری ۱۰ آزمون در طول دوره، توانایی‌هایشان مورد ارزیابی قرار گرفت. مجموعه‌ی حاضر، شامل اطلاعات دوره، اسامی مدال‌آوران و تمامی آزمون‌های برگزار شده در دوره است. از میان ۱۰ نفر اول این دوره که موفق به کسب مدال طلا شدند، افراد منتخب در سیزدهمین المپیاد جهانی نجوم و اخترفیزیک که از ۱۱ تا ۱۹ مرداد ۱۳۹۸ در شهر کِست‌هِلی مجارستان برگزار می‌شود، شرکت خواهند کرد.

گروه‌های آموزشی و مدرسان

گروه اخترفیزیک ستاره‌ای: **دکتر مهدی خاکیان قمی**

پارسا عالیان

گروه اخترفیزیک کهکشانی: **دکتر محمود روشن**

وحید احمدی

گروه کیهان‌شناسی: **دکتر محمدحسن وحیدی‌نیا**

امیراحسان علیزاده

گروه مکانیک سماوی: **عطا مرادی**

گروه نجوم کروی و ابزارشناسی: **سعید حجتی‌نژاد، فاطمه زرگرباشی و محمدهادی ستوده**

ارسلان معتمدی

گروه تحلیل داده: **علی زینالی و شهاب‌الدین محین**

محمدهادی ستوده - روزبه قادری

امیراحسان علیزاده - پریماه صفریان

گروه رصد: **سیدامیرحسین موسوی و محمدهادی ستوده**

روزبه قادری - وحید احمدی

سیدشایان خالویی - سعید حجتی‌نژاد

محمدحسین صیاد - امیراحسان علیزاده

پریماه صفریان - فاطمه زرگرباشی

معین محمدی - ستاره فروزان

با تشکر از

دکتر حسین حقی

علی ناصرزاده، سیدمرتضی حسینی، امین صارمی، یوسف اسماعیل‌پور، سیدامیر سادات موسوی، احسان عابدی عباس علیزاده، شایان عزیزی، محمد زواری، امیرحسین امیری، مازیار گوشه، سینا بلوکی، کیان باختری دکتر محمود بهمن‌آبادی، دکتر سیدمحمدتقی میرترابی

اسامی مدال‌آوران (به ترتیب حروف الفبا)

محمد پیری
ابوالفضل جراح نجفی
عالیه جعفری
سیدمحمد حسینی
پارمیس سلیم زاده
نیایش سیف
فربد فرح بخش
مهشید فلاح
علی گرکانی نژاد
نگین محترم
محمدامین مصیبی

دانیال جلائیان سامانی
پانیذ حلواچی
علیرضا حیدری
مهیار دستمزدی
راستین رسولی
علیرضا کریمی
امیرمحمد مارشال پیرغیبی
علی مهربانی
آریا همتیان
حمیدرضا یعقوبی عراقی

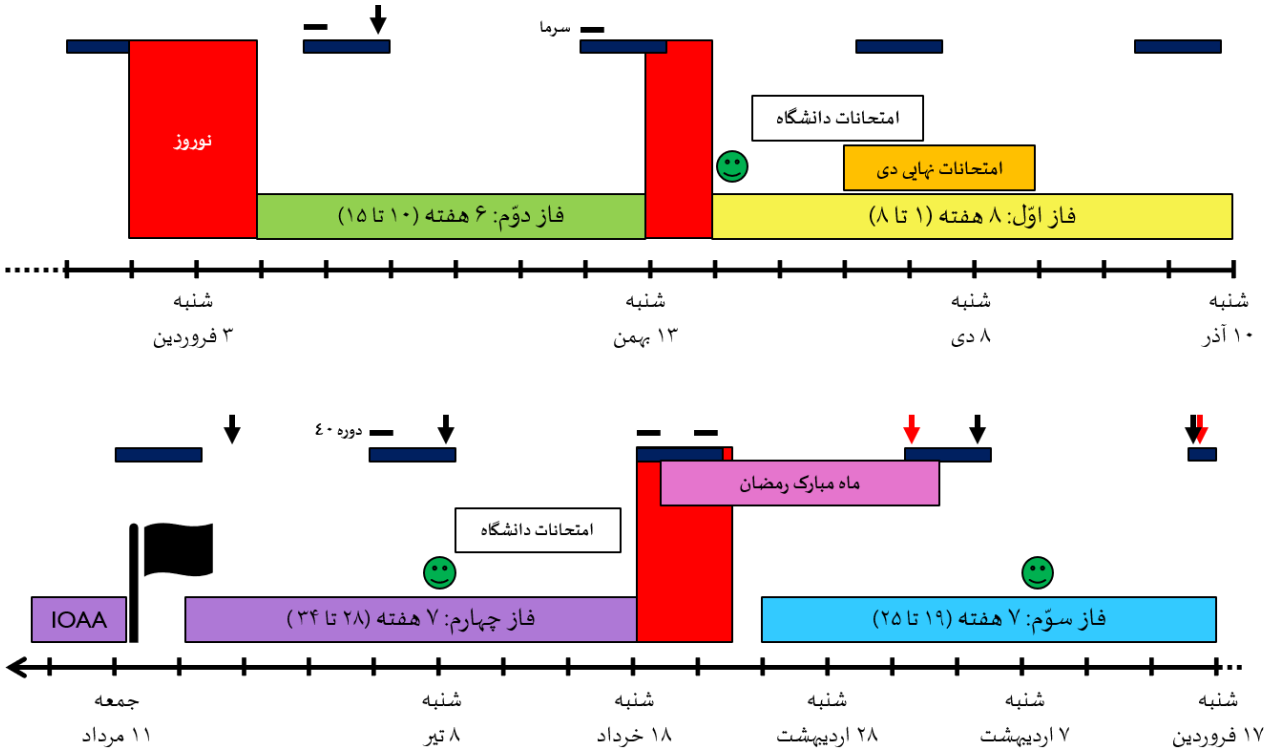
امیررضا اسدی
پارسا اکبری
زهرا سادات بحری
امیرعباس پوربهرامی
کیمیا تیغ بند
پرهام چاوشیان
حسین حاتم نیا
کسری حاجیان
علیرضا خالقی
محمد خدادادی
علیرضا خراد
سهراب درشی
امیررضا رجبی
محمدعرفان رمش
امیررضا شجاعی
مائده سادات صابری
آیلار صدایی
گلتا صفری
مهدی عباسی
سیدآریا مهدی پور
محمدمتین مولودی
پگاه سادات میرشفیعی
محمد نظری
آریان نیاکان

تقویم

تقویم دوره‌ی تابستانه

هفته ۱	هفته ۲	هفته ۳	هفته ۴	هفته ۵	هفته ۶	هفته ۷	هفته ۸
۹ مرداد ۱۲ مرداد	۱۳ مرداد ۱۹ مرداد	۲۰ مرداد ۲۶ مرداد	۲۷ مرداد ۲ شهریور	۳ شهریور ۹ شهریور	۱۰ شهریور ۱۶ شهریور	۱۷ شهریور ۲۳ شهریور	۲۴ شهریور ۳۰ شهریور
افتتاحیه	رصد آموزشی (۳ شب)		آزمون‌های میان‌دوره		آزمون‌های پایان دوره	رصد آموزشی (۲ شب) آزمون رصد	آزمون پایان دوره اعلام نتایج و بازبینی برگه‌ها

تقویم دوره‌ی طلا



فعالیت‌های تکمیلی:

سمینارهای دوهفتگی

کارگاه Baryons in Galaxies and Beyond

آموزش کار با CCD در پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

بازدید از سایت رصدخانه‌ی ملی

راهنما:

رصد آموزشی

آزمون رصد

مرحله ۱، مرحله ۲ و شروع دوره‌ی ۹۸

آزمون‌های دوره

جدول زیر، اطلاعات کلی ۱۰ آزمون برگزار شده را نشان می‌دهد.

ردیف	نماد و عنوان آزمون	تاریخ و زمان برگزاری	مدت آزمون (دقیقه)	تأثیر (درصد)
۱	F مفاهیم پایه‌ی تحلیل داده	۲۷ مرداد، ساعت ۸:۰۰	۲۴۰	۷/۰
۲	S1 نقشه‌ی آسمان ۱	۲۸ مرداد، ساعت ۸:۰۰	۵۰	۱/۵
۳	T1 تئوری ۱	۳ شهریور، ساعت ۱۴:۰۰	۲۴۰	۱۸/۶
۴	D1 تحلیل داده ۱	۱۲ شهریور، ساعت ۸:۰۰	۲۷۰	۹/۰
۵	T2 تئوری ۲	۱۵ شهریور، ساعت ۸:۰۰	۲۲۵	۱۷/۴
۶	T3 تئوری ۳	۱۶ شهریور، ساعت ۸:۰۰	۲۵۵	۱۹/۰
۷	S2 نقشه‌ی آسمان ۲	۲۰ شهریور، ساعت ۱۶:۰۰	۸۵	۲/۵
۸	N رصد غیرمسلح	۲۱ شهریور، ساعت ۱:۰۰	۱۴۵	۷/۰
۹	T رصد مسلح (شب اول و دوم)	۲۲ و ۲۳ شهریور، ساعت ۰:۰۰	۶۸	۹/۰
۱۰	D2 تحلیل داده ۲	۲۶ شهریور، ساعت ۱۵:۳۰	۲۷۰	۹/۰

در ادامه، سؤالات به صورت آزمون به آزمون و با ذکر نام طراح سؤال، آورده شده‌اند.

علاوه بر برگه‌های نمودار پیوست شده، در آزمون تحلیل داده ۱، دو عدد کاغذ میلی‌متری و در آزمون تحلیل داده ۲، یک عدد کاغذ میلی‌متری مورد نیاز است.

آزمون‌های شوری

بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملّی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی(ره)»

چهاردهمین دوره‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون‌های میان‌دوره

آزمون تئوری ۱

(۳ شهریور ۱۳۹۷ - ساعت ۱۴:۰۰ تا ۱۸:۰۰)

توجه: بارم سؤالات متفاوت است.

ثوابت فیزیکی و نجومی

کمیت		مقدار	
G	ثابت جهانی گرانش	$\mathrm{m^3\ s^{-2}\ kg^{-1}}$	$۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱}$
c	سرعت نور	$\mathrm{m\ s^{-1}}$	$۳/۰۰ \times ۱۰^{۸}$
h	ثابت پلانک	$\mathrm{J\ s}$	$۶/۶۳ \times ۱۰^{-۳۴}$
k	ثابت بولتزمن	$\mathrm{J\ K^{-1}}$	$۱/۳۸ \times ۱۰^{-۲۳}$
σ	ثابت استفان-بولتزمن	$\mathrm{W\ m^{-2}\ K^{-4}}$	$۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸}$
eV	الکترون‌ولت	J	$۱/۶۰ \times ۱۰^{-۱۹}$
m_H	جرم اتم هیدروژن	kg	$۱/۶۷ \times ۱۰^{-۲۷}$
ly	سال نوری	m	$۹/۴۶ \times ۱۰^{۱۵}$
pc	پارسک	m	$۳/۰۹ \times ۱۰^{۱۶}$
AU	واحد نجومی	m	$۱/۵۰ \times ۱۰^{۱۱}$
$L_\odot$	درخشندگی خورشید	W	$۳/۸۵ \times ۱۰^{۲۶}$
	قدر مطلق خورشید		۴/۸۳
$M_\odot$	جرم خورشید	kg	$۱/۹۹ \times ۱۰^{۳۰}$
$R_\odot$	شعاع خورشید	m	$۶/۹۶ \times ۱۰^{۸}$
$M_\oplus$	جرم زمین	kg	$۵/۹۷ \times ۱۰^{۲۴}$
$R_\oplus$	شعاع زمین	km	۶۳۸۰
ε	تمایل محوری زمین		$۲۳^\circ/۴$
	طول جغرافیایی تهران	E	$۵۱^\circ/۲$
	عرض جغرافیایی تهران	N	$۳۵^\circ/۷$
	دوره‌ی تناوب حرکت تقدیمی	yr	۲۵۸۰۰
	۱ اتمسفر (۱ atm)	Pa	۱۰۱۳۲۵

سؤال ۱ (۱۵ نمره) [طرّاح: دکتر محمود روشن]

هاله‌ی ماده‌ی تاریک کهکشان راه شیری را می‌توان توسط کره‌ای با چگالی

$$\rho(r) = \rho_{\circ} \frac{a^{۲}}{r^{۲} + a^{۲}}$$

مدل‌سازی کرد که در آن r فاصله از مرکز کهکشان، $\rho_{\circ}$ چگالی مرکزی هاله و $a = ۵\ \mathrm{kpc}$ است. شواهد رصدی نشان می‌دهد که سرعت چرخشی در محل خورشید ($R_{\circ} = ۸\ \mathrm{kpc}$)، برابر با $۲۲۰\ \mathrm{km/s}$ است. هم‌چنین هاله‌ی ماده‌ی تاریک، نصف جرم کل درون شعاع $R_{\circ}$ را تشکیل می‌دهد.

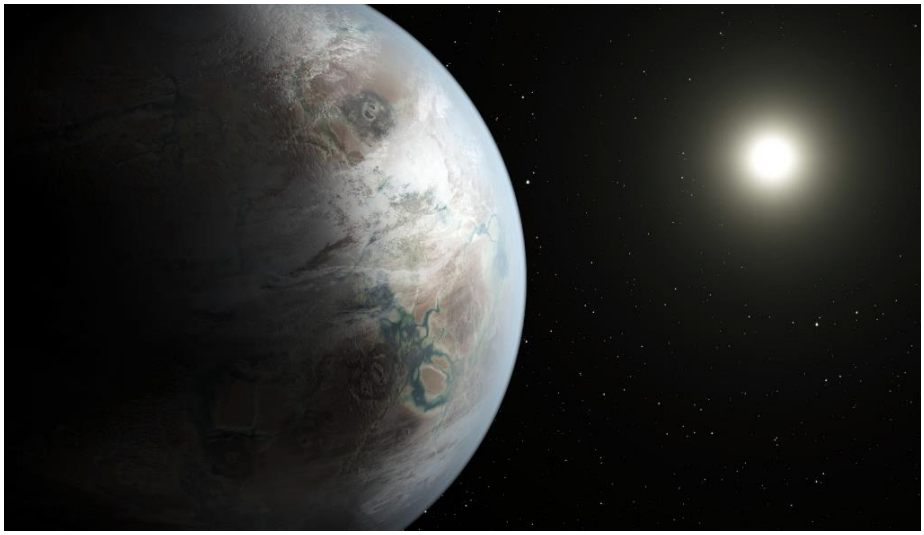
چگالی ماده‌ی تاریک را در $R_{\circ}$ بر حسب $M_{\odot}/\mathrm{pc}^{۳}$ به دست آورید.

راهنمایی: انتگرال زیر ممکن است برای حل سؤال مفید باشد:

$$\int \frac{x^{۲}}{x^{۲} + a^{۲}}\, dx = x - a \tan^{-۱}\left(\frac{x}{a}\right) + \mathrm{constant}$$

سؤال ۲ (۲۰ نمره) [طرّاح: دکتر مهدی خاکیان]

در پژوهش‌های نجومی عصر جدید، توجه ویژه‌ای به مطالعه‌ی سیارات فراخورشیدی و مدل‌سازی آن‌ها می‌شود. نتیجه‌ی این پژوهش‌ها می‌تواند به درک بهتر شرایط اولیه‌ی شکل‌گیری منظومه‌ی شمسی کمک کند. در ادامه برای مدل‌سازی سیارات زمین‌گون[۱] تلاش خواهیم کرد.



شکل ۱ - نمایی از یک سیاره‌ی فراخورشیدی (این شکل تأثیری در حل مسئله ندارد.)

الف) یک سیاره‌ی سنگی کروی با چگالی یکنواخت، جرم M و شعاع R در نظر بگیرید. رابطه‌ای برای انرژی پتانسیل گرانشی این سیاره به دست آورید.

ب) برای مدل‌سازی جو سیارات، از یک پوسته‌ی کروی توخالی با ضخامت ناچیز، جرم M_a و شعاع R_a استفاده می‌شود. رابطه‌ای برای انرژی پتانسیل گرانشی جو سیاره به دست آورید.

ج) جو یک سیاره‌ی فراخورشیدی از ٪۶۹ نیتروژن ($^{14}\mathrm{N}$)، ٪۲۶ اکسیژن ($^{16}\mathrm{O}$) و ٪۵ آرگون ($^{40}\mathrm{Ar}$) تشکیل شده است. جو در مجاورت لایه‌ی سنگی در شرایط متعارفی (فشار ۱ atm و دمای ۰ °C) قرار دارد. چگالی جو به صورت

$$\rho(r) = \rho_0 \exp(-\frac{r}{h})$$

تغییر می‌کند که در آن ρ_0 چگالی جو در مجاورت لایه‌ی سنگی، r فاصله از سطح لایه‌ی سنگی و $h = ۸/۴\ \mathrm{km}$ مقیاس فاصله است. جرم جو سیاره را محاسبه کنید.

د) با انجام محاسبات لازم، توضیح دهید که در مطالعه‌ی سیارات فراخورشیدی، اثر گرانشی جو چه قدر در فرایندهای تحولی سیاره نقش دارد.

---

[۱] Earth Analog Planets

سؤال ۳ (۳۰ نمره) [طرّاح: دکتر محمّدحسن وحیدی‌نیا]

جهانی تهی و بدون ثابت کیهان‌شناسی را در نظر بگیرید. متریک رابرتسون-واکر به صورت

$$ds^2 = -c^2dt^2 + a(t)^2\,[dr^2 + S_\kappa(r)^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\; d\varphi^2)]$$

است که در آن $S_\kappa(r)$ تابع زیر است.

$$S_\kappa(r) = \begin{cases} R_\circ \sin(r/R_\circ) & \kappa = +1 \\ r & \kappa = \;\circ \\ R_\circ \sinh(r/R_\circ) & \kappa = -1 \end{cases}$$

الف) با این فرض که جهان ایستا نیست، رابطه‌ای برای ضریب مقیاس، $a(t)$، به دست آورید. هم‌چنین با توجه به انحنای کیهان (κ)، متریک رابرتسون-واکر را برای این جهان بازنویسی کنید.

ب) بنا بر نسبیت عام اینشتین، وجود ماده (انرژی) در فضا-زمان منجر به انحنای آن می‌شود؛ حال آن که از معادلات بالا به نظر می‌رسد معادله‌ی فریدمان، فضای تهیِ در حال انبساط و خمیده را مجاز می‌داند.

برای حل این تناقض ظاهری، نشان دهید که با بازتعریف مناسب زمان و مختصه‌ی شعاعی به شکل

$$\tilde{t} = \tilde{t}(t,r) \quad , \quad \tilde{r} = \tilde{r}(t,r)$$

می‌توان متریک رابرتسون-واکر را به متریک مینکوفسکی

$$ds^2 = -c^2d\tilde{t}^2 + d\tilde{r}^2 + \tilde{r}^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\; d\varphi^2)$$

ساده کرد و لذا خمش فضا-زمان واقعاً صفر است (جهان تخت و ایستا).

در قسمت قبل، اگر زمان را برحسب $\tilde{t}$ بسنجیم، در هر لحظه فضا تخت دیده می‌شود و اگر زمان را بر حسب t بسنجیم، در هر لحظه فضا خمیده است. برای روشن شدن، این موضوع، مثال زیر را حل کنید:

ج) فضای تخت معمولی سه بعدی (x,y,z) را در نظر بگیرید متریک این فضا

$$dl_3^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

است. صفحه‌ی x-ثابت، زیرمجموعه‌ای دو بعدی از فضای (x,y,z) با هندسه‌ی تخت و متریک

$$dl_2^2 = dy^2 + dz^2$$

است. با تغییر مناسب دستگاه مختصات، زیرمجموعه‌ای دو بعدی از فضای (x,y,z) بیابید که هندسه‌ی آن خمیده باشد و متریک آن را بنویسید.

سؤال ۴ (۳۵ نمره) [طرّاح: سعید حجّتی‌نژاد]

الف) در شهر تهران، چند درصد از ستارگان آسمان هم‌اکنون دور قطبی شمالی هستند؟

ب) در شهر تهران، چند درصد از ستارگان آسمان در طول ۵۰۰۰ سال آینده امکان دور قطبی شمالی بودن را خواهند داشت؟

سؤال ۵: مورچه و انبساط کیهانی (۳۵ نمره) [طرّاح: دکتر محمّدحسن وحیدی‌نیا، محمّدهادی ستوده]

یک ماشین اسباب بازی به وسیله‌ی یک نوار کشی به طول اولیه‌ی $l_\circ$ به دیوار متصل است. در زمان $t = t_\circ$ ماشین با سرعت اولیه‌ی $v_\circ$ شروع به حرکت می‌کند. در همین هنگام، مورچه‌ای از ماشین خارج شده و روی نوار، با سرعت ثابت u نسبت به نوار، به سمت دیوار شروع به حرکت می‌کند. مورچه در هنگام حرکت، هیچ‌گاه نمی‌لغزد.

شکل ۲ (این شکل تأثیری در حل مسئله ندارد.)

الف) در هر کدام از حالت‌های زیر، سرعت مورچه باید چه قدر باشد تا بتواند به دیوار برسد؟ آیا حالتی وجود دارد که مورچه هیچ گاه به دیوار نرسد؟ (**نتیجه‌ی نهایی را مستقل از $t_\circ$ و α بیان کنید.**)

جدول ۱

ردیف	تابعیت فاصله‌ی ماشین از دیوار
۱	$l(t) = l_\circ \left(\frac{t}{t_\circ}\right)^n \qquad n > \cdot$
۲	$l(t) = l_\circ \left(\frac{t}{t_\circ}\right)^{-1}$
۳	$l(t) = l_\circ \, e^{\alpha(t-t_\circ)}$

ب) به ازای $n = ۱$ مورچه بایستی چه مسافتی را طی کند تا به کمینه‌ی فاصله‌اش با دیوار برسد؟

ج) هر کدام از حالت‌های جدول ۱ متناظر با یک مدل کیهان‌شناسی تک‌مؤلفه‌ای با معادله‌ی حالت $P = w\varepsilon$ است. مقدار w را در هر مورد به دست آورید.

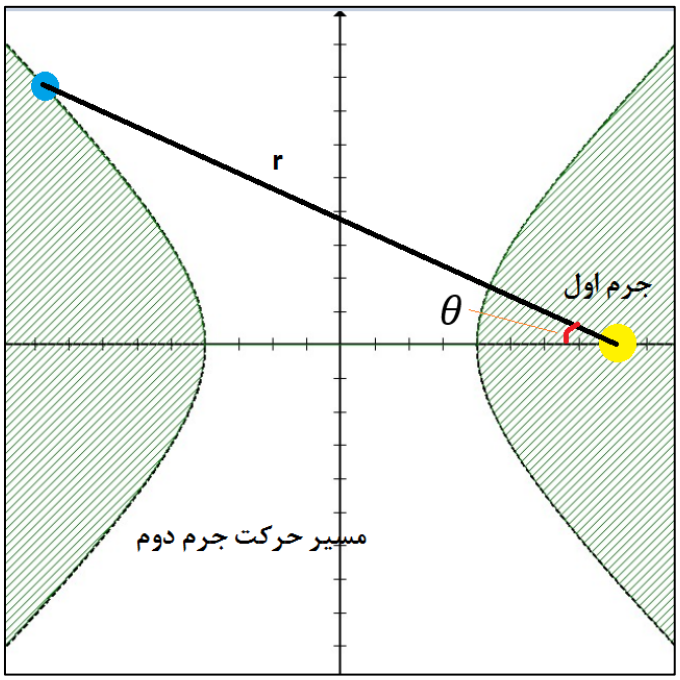
د) به نظر شما، $l_\circ$ و α متناظر با چه پارامترهایی در کیهان‌شناسی هستند؟

سؤال ۶ (۴۵ نمره) [طرّاح: عطا مرادی]

در نظریه‌ی جرم منفی، مسئله‌ی دافعه‌ی دو جسم گرانشی مطرح می‌شود؛ به طوری که اگر علامت جرم دو جسم قرینه‌ی هم باشد، نیروی بین دو جسم به صورت زیر خواهد بود:

$$\vec{F} = +\frac{G|m_1||m_2|}{r^2}\hat{r}$$

الف) ثابت کنید مسیر نسبی حرکت دو جسم با شرایط بالا یک هذلولی خواهد شد که یکی از دو جرم در کانون دوم قرار دارد (شکل ۳).



شکل ۳

ب) روابطی برای نیم قطر هذلولی و خروج از مرکز آن بر حسب انرژی دو جسم، تکانه‌ی زاویه‌ای دو جسم و جرم آن‌ها به دست آورید.

ج) معادلات یا معادله‌ای بدست آورید که با داشتن آنومالی واقعی θ، بتوان مدت زمان رسیدن جسم دوم از حضیض تا آنومالی واقعی θ را به دست آورد.

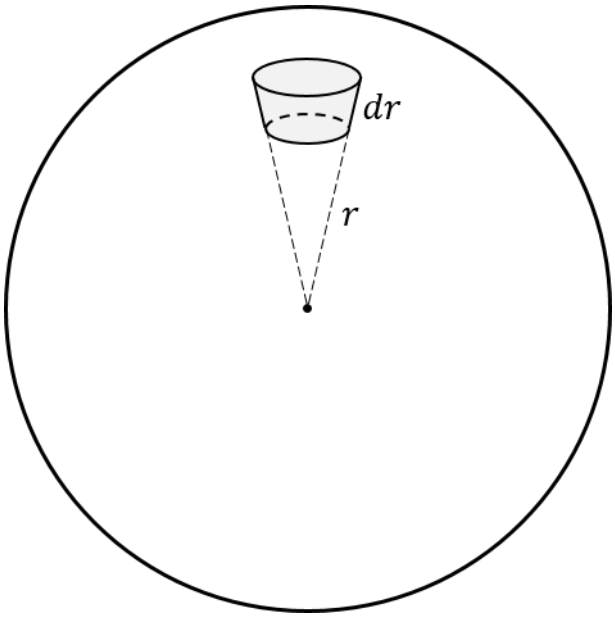
دو جسم به جرم‌های $m_1 = -M_\odot$ و $m_2 = 0.5\ M_\odot$ را در نظر بگیرید. جسم دوم (m_2) با پارامتر برخورد 0.5 AU از بی نهایت با سرعت نسبی $v_\infty = 60$ km/s به جسم اول (m_1) نزدیک می‌شود.

د) نیم قطر و خروج از مرکز مدار هذلولی جسم دوم نسبت به جسم اول را بیابید.

هـ) مدت زمانی که فاصله‌ی جسم دوم از جسم اول کمتر از 5.2 AU است را محاسبه کنید.

سؤال ۷ (۲۵ نمره) [طرّاح: دکتر مهدی خاکیان]

یک المان جرم در فاصله‌ی r از مرکز ستاره در نظر بگیرید. برای به دست آوردن نیروی وارد بر این المان، معمول است که المان به شکل استوانه فرض شود؛ حال آن که با در نظر گرفتن هندسه‌ی دقیق مسئله، المان به شکل یک مخروط ناقص از شعاع r تا $r + dr$ خواهد شد (شکل ۴).



شکل ۴

دو سطح بالا و پایین مخروط را تخت و بدون انحنا در نظر بگیرید.

الف) نمودار جسم آزاد[۱] جرم داخل المان مخروط ناقص را رسم کنید.

ب) با انجام محاسبات لازم، بررسی کنید که برایند نیروهای وارد بر این المان، با برایند نیروهای وارد بر المان استوانه‌ای برابر است یا خیر.

ج) فرض کنید توزیع چگالی در خورشید به صورت

$$\rho(r) = \rho_{c,\odot}\left[1 - \left(\frac{r}{R_\odot}\right)^2\right]$$

باشد که در آن $\rho_{c,\odot}$ چگالی مرکزی و $R_\odot$ شعاع خورشید است. کسرهای جرمی در مرکز خورشید به صورت $X = 0/37$، $Y = 0/61$ و $Z = 0/02$ هستند. دمای مرکز خورشید را محاسبه کنید.

[۱] Free Body Diagram

سؤال ۸ (۳۰ نمره) [طرّاح: دکتر محمود روشن]

میله‌های ستاره‌ای[۱] یکی از اجزای اصلی کهکشان‌ها مارپیچی به شمار می‌روند. رصدهای مربوط به سرعت چرخش میله‌ها نشان می‌دهند که تقریباً تمام میله‌های رصد شده سریع هستند[۲]. با این حال، اکثر شبیه‌سازی‌های کهکشانی که در چارچوب استاندارد ماده‌ی تاریک انجام می‌شوند، نشان می‌دهند که میله‌ها باید کند باشند.

در حال حاضر این ناسازگاری بین رصد و شبیه‌سازی، یکی از چالش‌های اصلی برای وجود ماده‌ی تاریک در مقیاس کهکشانی است. لازم به ذکر است که دلیل اصلی کند شدن میله‌ها، وجود **اصطکاک دینامیکی** بین میله و هاله‌ی ماده‌ی تاریک است. این نیرو باعث انتقال تکانه‌ی زاویه‌ای بین میله و هاله‌ی ماده‌ی تاریک شده و نهایتاً سرعت چرخش میله را کاهش می‌دهد.

نیروی اصطکاک دینامیکی برای ذره‌ای به جرم m که در محیطی با چگالی ρ در حرکت است، از رابطه‌ی

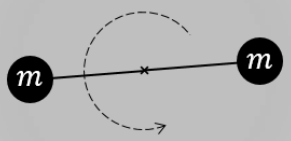
$$F_d = -\frac{۴\pi G^۲ m^۲}{v^۲}\,\rho(<v)\ln\Lambda$$

به دست می‌آید که در آن v سرعت ذره است. منظور از $\rho(<v)$ در مکان r، چگالی تمام ذراتی است که سرعت آن‌ها کمتر از v است. ثابت Λ به صورت

$$\Lambda = \frac{۲b_{max}\,\sigma^۲}{Gm}$$

تعریف می‌شود. b_{max} بزرگ‌ترین پارامتر برخورد ممکن در سیستم و σ سرعت پخش[۳] ذرات هاله است.

حال میله‌ای ستاره‌ای به جرم $۲m$ و طول $۲d$ که مرکز آن منطبق با مرکز هاله‌ی کهکشان است را در نظر بگیرید. برای ساده شدن محاسبات، می‌توانید فرض کنید میله به شکل دمبل است (شکل ۵).



شکل ۵ – مدل‌ساده‌ای از میله‌ی کهکشان (میله‌ی متصل کننده‌ی دو جسمِ m، صلب و بدون جرم است.)

---

۱ Stellar Bars

۲ در واقع سرعت میله‌ها را نسبت شعاع هم‌چرخش (Corotation Radius) به قطر بزرگ میله تعیین می‌کند. هر چه این نسبت کوچک‌تر باشد، میله سریع‌تر است.

۳ Velocity Dispersion

سرعت زاویه‌ای میله را با $\Omega_b(t)$ و دوره‌ی تناوب اولیه‌ی میله را با T_0 نشان می‌دهیم. فرض کنید تابعیت چگالی هاله‌ی کهکشان به شکل

$$\rho(r) = \frac{\sigma^2}{2\pi G r^2}$$

باشد. هم‌چنین $\rho(< v)$ ثابت و برابر با $0/7\ \rho(d)$ است.

الف) مدت زمانی که طول می‌کشد تا به واسطه‌ی انتقال تکانه‌ی زاویه‌ای بین میله و هاله، دوره‌ی تناوب میله به دو برابر مقدار اولیه برسد را با T نشان می‌دهیم. رابطه‌ای برای T/T_0 بر حسب $\ln\Lambda$ و f (نسبت جرم میله به جرم درون شعاع d) پیدا کنید.

ب) با انتخاب مقادیر مناسبی برای Λ و f، مقدار عددی T/T_0 را تخمین بزنید.

روابط و اتحادهای کمکی

معادله‌ی بینه[۱]

$$\frac{d^۲u}{d\theta^۲} + u = -\frac{۱}{mh^۲u^۲}F(۱/u) \quad , \quad u = \frac{۱}{r}$$

معادلات اصلی کیهان‌شناسی

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^۲ = \frac{۸\pi G}{۳}\rho - \frac{\kappa c^۲}{R_۰^۲ a^۲}$$

$$\dot{\varepsilon} + ۳\frac{\dot{a}}{a}(\varepsilon + P) = ۰ \quad , \quad \varepsilon = \rho c^۲$$

اتحادهای توابع مثلثاتی هذلولوی

$$\cosh^۲ x - \sinh^۲ x = ۱$$

$$\sinh(۲x) = ۲\sinh(x)\cosh(x)$$

$$\cosh(۲x) = \cosh^۲(x) + \sinh^۲(x)$$

[۱] این معادله توسط ژاک بینه (Jacques Binet)، دانشمند فرانسوی، استخراج شد و برای به دست آوردن معادله‌ی مسیر ذره در میدان‌های نیروی مرکزی کاربرد دارد.

بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملّی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی(ره)»

چهاردهمین دوره‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون‌های پایانی

آزمون تئوری ۲

(۱۵ شهریور ۱۳۹۷ - ساعت ۸:۰۰ تا ۱۱:۴۵)

توجه: بارم سؤالات متفاوت است.

ثوابت فیزیکی و نجومی

کمیت		مقدار	
G	ثابت جهانی گرانش	$\mathrm{m^3\ s^{-2}\ kg^{-1}}$	$۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱}$
c	سرعت نور	$\mathrm{m\ s^{-1}}$	$۳/۰۰ \times ۱۰^{۸}$
$\mu_۰$	ثابت تراوایی خلأ	$\mathrm{N\ A^{-2}}$	$۴\pi \times ۱۰^{-۷}$
h	ثابت پلانک	$\mathrm{J\ s}$	$۶/۶۳ \times ۱۰^{-۳۴}$
k	ثابت بولتزمن	$\mathrm{J\ K^{-1}}$	$۱/۳۸ \times ۱۰^{-۲۳}$
σ	ثابت استفان-بولتزمن	$\mathrm{W\ m^{-2}\ K^{-4}}$	$۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸}$
a	ثابت تابش	$\mathrm{J\ m^{-3}\ K^{-4}}$	$۷/۵۶ \times ۱۰^{-۱۶}$
eV	الکترون‌ولت	J	$۱/۶۰ \times ۱۰^{-۱۹}$
m_H	جرم اتم هیدروژن	kg	$۱/۶۷ \times ۱۰^{-۲۷}$
ly	سال نوری	m	$۹/۴۶ \times ۱۰^{۱۵}$
pc	پارسک	m	$۳/۰۹ \times ۱۰^{۱۶}$
AU	واحد نجومی	m	$۱/۵۰ \times ۱۰^{۱۱}$
$L_\odot$	درخشندگی خورشید	W	$۳/۸۵ \times ۱۰^{۲۶}$
	قدر مطلق خورشید		۴/۸۳
$M_\odot$	جرم خورشید	kg	$۱/۹۹ \times ۱۰^{۳۰}$
$R_\odot$	شعاع خورشید	m	$۶/۹۶ \times ۱۰^{۸}$
$M_\oplus$	جرم زمین	kg	$۵/۹۷ \times ۱۰^{۲۴}$
$R_\oplus$	شعاع زمین	km	۶۳۸۰
ε	تمایل محوری زمین		$۲۳^{\circ}/۴$
	دوره‌ی تناوب حرکت تقدیمی	yr	۲۵۸۰۰
$H_۰$	ثابت هابل	$\mathrm{km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}}$	۷۲/۰

سؤال ۱ (۲۰ نمره) [طرّاح: امیراحسان علیزاده]

در یک ستاره‌ی رشته‌ی اصلی با جرم $M = ۱۸\ M_\odot$ و شعاع R، روابط زیر میان فشار گاز کامل، $P_{gas}(r)$، فشار تابشی، $P_{rad}(r)$، و فشار کل، $P_{(r)}$، وجود دارند.

$$P_{rad}(r) = (۱ - \beta)P_{(r)} \qquad P_{gas}(r) = \beta P_{(r)}$$

$$P_{rad}(r) = \frac{۱}{۳} a T_{(r)}^{۴} \qquad P_{gas}(r) = \frac{\rho_{(r)} k T_{(r)}}{\mu_{(r)} m_H}$$

مقدار β در تمامی ستاره ثابت است.

فرایند غالب تولید انرژی در ستاره، زنجیره‌ی پروتون-پروتون[۱] است که در آن توان تولید شده در واحد جرم به صورت

$$q_{(r)} = q_{\circ} \rho_{(r)} T_{(r)}^{۴}$$

با چگالی و دما ارتباط دارد. هم‌چنین کدریت در کل ستاره ثابت است؛

$$\kappa_{(r)} = ۰/۱\ \mathrm{m^{۲}\ kg^{-۱}} = cte$$

با تحلیل اطلاعات رصدی، چگالی و درصد فراوانی هیدروژن در فاصله‌ی r_* از مرکز ستاره مطابق جدول ۱ به دست آمده است.

جدول ۱ – اطلاعات ستاره در شعاع r_*

$\boldsymbol{r_*/R}$	۰/۶۷
$\boldsymbol{\rho_{(r_*)}}$	۱۰۵۰ $\mathrm{kg\ m^{-۳}}$
$\boldsymbol{X_{(r^*)}}$	۴۰٪
$\boldsymbol{\beta}$	۰/۶۰

الف) مقدار $q_{\circ}$ را محاسبه کنید.

ب) درخشندگی ستاره چه قدر است؟ آیا مقدار آن با درخشندگی به دست آمده از رابطه‌ی

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{۳/۵}$$

هم‌مرتبه است؟

[۱] p-p Chain

سؤال ۲ (۲۵ نمره) [طرّاح: دکتر محمود روشن]

در دهه‌ی ۱۹۵۰ میلادی تصور اغلب اخترفیزیک‌دانان این بود که شکل‌گیری بازوهای مارپیچی کهکشان‌ها حاصل برهم‌کنش بین گاز میان‌ستاره‌ای و میدان مغناطیسی است. این تصور در حال حاضر منسوخ شده است؛ چرا که میدان مغناطیسیِ رصد شده در کهکشان‌ها به اندازه‌ی کافی قوی نیست که بتواند نقشی در دینامیک ساختارهای مارپچی بزرگ‌مقیاس بازی کند.

به بیان دیگر، برای این که نقش میدان مغناطیسی در یک ساختار مهم باشد، لازم است اندازه‌ی مشخصه‌ی آن کمتر از مقدار معینی (L_*) باشد.

الف) با توجه به فیزیکِ مسئله رابطه‌ای برای L_* بر حسب چگالی متوسط ($\bar{\rho}$)، میدان مغناطیسی (B)، ثابت تراوایی خلأ (μ_0) و سرعت زاویه‌ای میانگین ($\bar{\Omega}$) کهکشان به دست آورید. (**به روش تحلیل ابعادی تنها بخشی از نمره تعلق می‌گیرد.**)

ب) مقدار عددی L_* را به ازای مقادیر جدول ۲ به دست آورده و آن را با اندازه‌ی مشخصه‌ی بازوهای کهکشانی مقایسه کنید.

جدول ۲

$\bar{\boldsymbol{\rho}}$	$۰/۰۵\ M_\odot\ \mathrm{pc}^{-۳}$
$\boldsymbol{B}$	$۵ \times ۱۰^{-۱۰}\ \mathrm{T}$
$\bar{\boldsymbol{\Omega}}$	$۲۵\ \mathrm{km\ s}^{-۱}\ \mathrm{kpc}^{-۱}$

سؤال ۳: ژن خوب! (۳۵ نمره) [طرّاح: فاطمه زرگرباشی]

خاندان عابدی، از گذشته‌های دور علاقه‌ی زیادی به نجوم کروی داشته‌اند. این علاقه، نسل به نسل منتقل شده و در احسان عابدی به کمال خود رسیده است.

در یک روز تعطیل، احسان عابدی که مشغول قدم زدن در حیاط و آب دادن به گل‌های باغچه است، متوجه تقارن عجیب سنگ‌های درون باغچه می‌شود و به این فکر می‌افتد که شاید بتوان از نحوه‌ی آرایش سنگ‌های باغچه که مانند یک بنای تاریخی به نظر می‌رسد، کاربردی نجومی استخراج کرد.

شکل پیوست، نمای بالایی باغچه را نشان می‌دهد که در تبریز ($\varphi = ۳۸^{\circ}/۱$) قرار گرفته است. بر اساس بررسی‌های احسان عابدی، یکی از زیباترین تقارن‌های نجومی باغچه این است که در انقلاب تابستانی طلوع خورشید در جهت نشان داده شده در شکل که خط تقارن باغچه است، اتفاق می‌افتد.

الف) جهت غروب خورشید در انقلاب زمستانی و راستای شمال و جنوب را در شکل پیوست مشخص کنید.

با کمک گرفتن از آقای چرتاب، احسان عابدی متوجه می‌شود که قدمت سنگ‌ها به ۳۰۰۰ سال پیش بر می‌گردد.

ب) در زمان درست کردن باغچه، خورشید در انقلاب زمستانی در کدام صورت فلکی قرار داشته است؟

احسان عابدی احتمال می‌دهد که کاربرد نجومی این باغچه، پیش‌بینی خورشیدگرفتگی و ماه گرفتگی باشد. با توجه به اطلاعات زیر، به قسمت‌های بعدی پاسخ دهید.

- یک سال نجومی معادل ۳۶۵/۲۵۶۴ روز و یک ماه نجومی معادل ۲۷/۳۲۱۷ روز است.
- از دید قطب شمال دایرهٔ البروج، گره مداری ماه روی دایرهٔ البروج در جهت ساعتگرد حرکت می‌کند و در هر ۱۸/۶۰ سال یک دور کامل می‌گردد.
- یک ماه اژدهایی مدت زمانی است که طول می‌کشد تا ماه از یک گره دوباره به همان گره بازگردد.
- سال گرفتی مدت زمانی است که طول می‌کشد تا خورشید از دید زمین از یک گره مداری ماه دوباره به همان گره بازگردد.

ج) دوره‌ی تناوب هلالی ماه، طول ماه اژدهایی و مدت زمان یک سال گرفتی را بر حسب روز به دست آورید و با دو رقم اعشار گزارش کنید.

د) روزی را در نظر بگیرید که سال گرفتی و ماه هلالی هم‌زمان آغاز شده‌اند. مدت زمانی را بیابید که طول می‌کشد تا دوباره سال گرفتی و ماه هلالی در یک روز آغاز شوند. به این مدت زمان، **چرخه‌ی ساروس** گفته می‌شود.

راهنمایی: طول چرخه‌ی ساروس بین ۱۵ تا ۲۰ سال نجومی است.

هـ) یک چرخه‌ی ساروس معادل چند ماه اژدهایی و چند ماه هلالی است؟ (پاسخ‌ها عضو مجموعه‌ی اعداد صحیح هستند.)

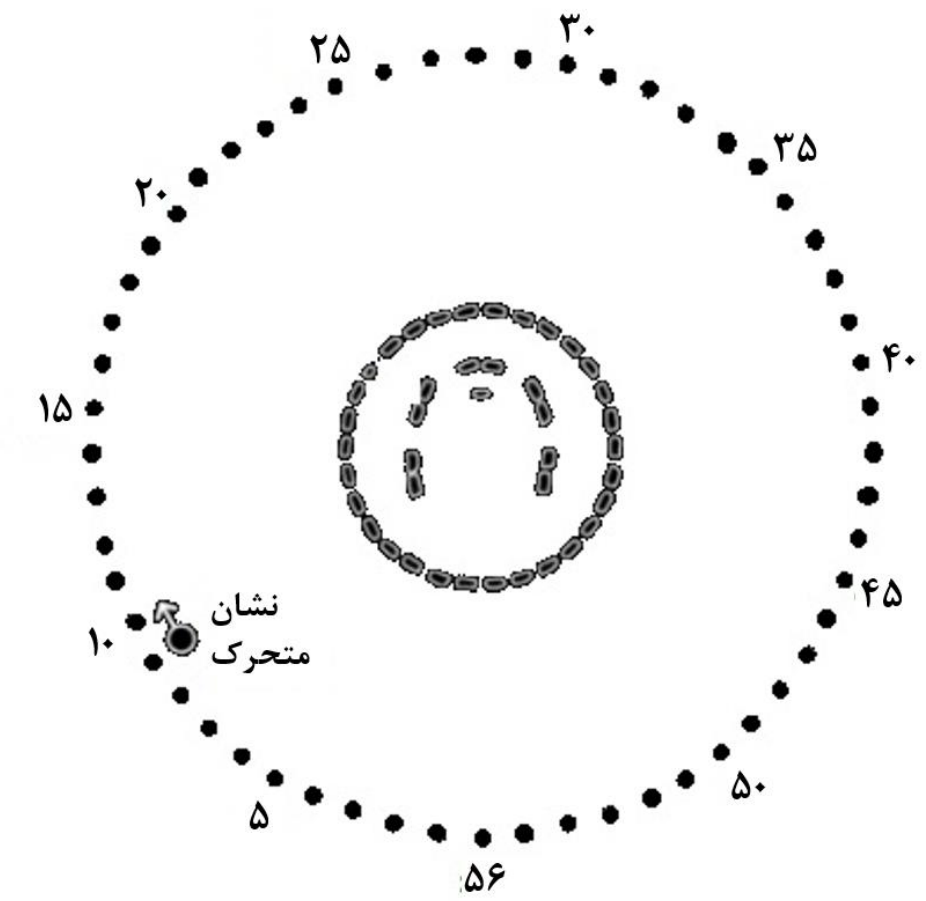
و) بار دیگر دوره تناوب هلالی ماه را محاسبه کرده و این بار آن را با چهار رقم اعشار گزارش کنید. سپس به کمک پاسخ قسمت «هـ»، طول چرخه‌ی ساروس را به طور دقیق‌تر به دست آورده و با دو رقم اعشار گزارش کنید.

چرخه‌ی ساروس بهترین چرخه‌ی شناخته شده برای پیش‌بینی خسوف و کسوف است. البته چون طول چرخه‌ی ساروس بر حسب روز، عدد صحیحی نیست، گرفتی که پس از یک چرخه‌ی ساروس اتفاق می‌افتد، در همان روزِ پیش‌بینی شده، اما چند ساعت دیرتر اتفاق می‌افتد. بنابراین، گرفت از همان مکان قبلی روی زمین قابل مشاهده نخواهد بود و در محل دیگری دیده می‌شود.

ز) اگر هر گرفت به طور معمول در ناحیه‌ای به قطر 15° بر روی زمین قابل مشاهده باشد، حداقل پس از گذشت چند چرخه‌ی ساروس، گرفت دوباره در همان مکان قبلی قابل مشاهده خواهد بود؟

چند ماه بعد، احسان عابدی پس از مطالعه‌ی دفترچه‌ی خاطرات پدربزرگش، متوجه می‌شود که این باغچه‌ی زیبا و سنگ‌های درون آن، توسط نیاکانش ساخته شده است. علاوه بر این، او متوجه می‌شود که سنگ‌های دایره‌ای دور باغچه (شکل ۱) برای پیش‌بینی گرفت‌های ماه و خورشید استفاده می‌شده‌اند.

> *هر یک از ۵۶ سنگ بیرونی، گذشت یک سال را نشان می‌دهد. اگر برای هر گرفتِ مشاهده شده، یک نشان روی سنگی خاص قرار بدهیم و هر سال آن را یک سنگ جابه‌جا کنیم، در سالی که نشان به محل اولیه‌ی خود باز می‌گردد دوباره همان گرفت از باغچه قابل مشاهده خواهد بود.*
>
> **«بخشی از دفترچه‌ی خاطرات پدربزرگ احسان عابدی»**



شکل ۱

ح) اگر این فرضیه درست باشد، محاسبه کنید نیاکان احسان عابدی چند درصد در اندازه‌گیری طول چرخه‌ی ساروس خطا داشته‌اند؟

سؤال ۴ (۴۰ نمره) [طرّاح: دکتر محمّدحسن وحیدی‌نیا]

فرض کنید که جهان تخت و ماده غالب است.

الف) سن عالم چه قدر است؟

ب) کهکشان 53W091 در قرمزگرایی $z = ۱/۵۵$ رصد شده است و سن آن با تحلیل طیفی[۱] حدوداً $۳/۵\ \mathrm{Gyr}$ به دست آمده است. آیا این مشاهده با مدل کیهان‌شناسی مفروض سازگار است؟

ج) فاصله‌ی درخشندگی این کهکشان چه قدر است؟

در ادامه فرض کنید که جهان تخت است و تنها از ماده‌ی غیر نسبیتی و انرژی تاریک ($w = -۱$) تشکیل شده است.

د) برای کهکشانی که در قرمزگرایی z دیده می‌شود، رابطه‌ای برای زمان تابش نور بر حسب قرمزگرایی به دست آورید.

هـ) با توجه به مشاهده‌ی انجام شده و مدل قسمت قبل، $\Omega_{\Lambda,۰}$ حداقل چه قدر باشد تا مدل کیهانی با مشاهده سازگاری داشته باشد؟ بدین منظور می توانید از نمودار تابع

$$y(x) = \frac{۱}{\sqrt{x}} \sinh^{-۱}\left(۰/۲۵ \sqrt{\frac{x}{۱-x}}\right)$$

استفاده نمایید.

و) با توجه به قسمت قبل، کمینه‌ی پارامتر کندشوندگی در زمان حال را به دست آورید.

راهنمایی: $q_۰ = -\left(\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^۲}\right)_{t=t_۰}$.

[۱] Spectral Analysis

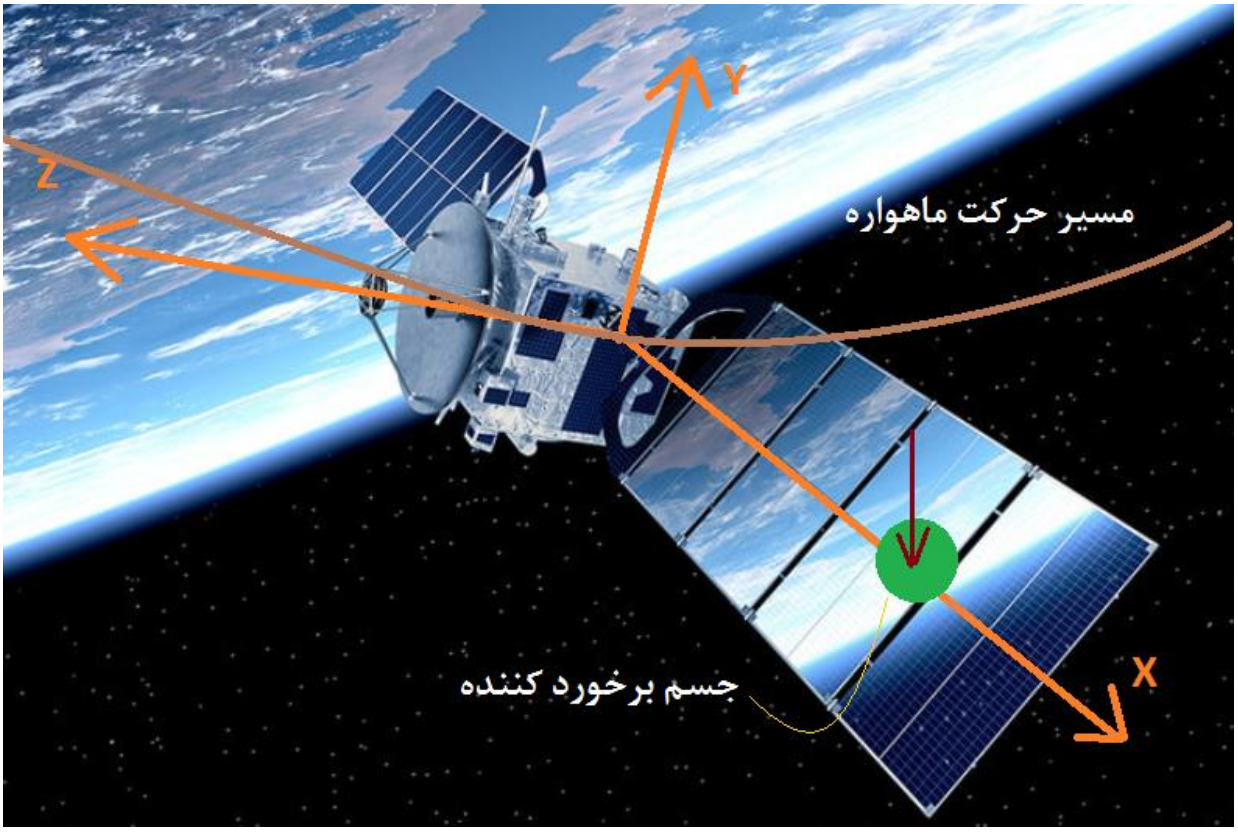
سؤال ۵ (۴۵ نمره) [طرّاح: عطا مرادی]

ماهواره‌ی ناهید در یک مدار زمین ثابت در حال گردش به دور زمین است. فضای اطراف زمین مملو از زباله‌های فضایی است که برخی از آن‌ها قطعات خرد شده‌ی ماهواره‌ها و فضاپیماهای دیگر هستند. اخیراً نیز یک ماهواره‌ی چینی پس از اتمام ماموریت، زباله‌های بسیاری را در مدار زمین پراکنده کرده است.

ذره‌ای کروی با جرم ۲ kg مطابق شکل به یکی از صفحات خورشیدی ماهواره‌ی ناهید برخورد می‌کند. زاویه‌ی صفحات خورشیدی ماهواره با صفحه‌ی XZ، ۴۵° است. در شکل، مسیر حرکت ماهواره قبل از برخورد رسم شده است. محور Z مماس بر مسیر است و جهت حرکت را نشان می‌دهد. محور X نیز در جهت شعاعی (به سمت مرکز زمین) است.

جسم، در فاصله‌ی ۲ متری از مرکز جرم، به صورت موازی با محور Y و با سرعت مطلق $۱۰۰\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ به صفحه‌ی خورشیدی به صورت کاملاً کشسان برخورد می‌کند. سرعت زاویه‌ای ماهواره قبل از برخورد صفر است.

مشخصات ماهواره‌ی ناهید در جدول ۳ آمده است.



شکل ۲

جدول ۳

جرم ماهواره‌ی ناهید	۵۰ kg
ماتریس لختی دورانی[۱] ماهواره	$\begin{bmatrix} ۲۵ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۷۵ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۷۵ \end{bmatrix}$ kg m^۲
طول هر یک از دو پنل خورشیدی ماهواره	۳ m
مأموریت ماهواره	مخابراتی

<u>توجه: دستگاه نشان داده شده در شکل ۲، تقریباً لخت است؛ یعنی دوران نمی‌کند.</u>

الف) در دستگاه XYZ، سرعت زاویه‌ای ماهواره، سرعت ماهواره و سرعت ذره را بعد از برخورد محاسبه کنید.

ب) بعد از برخورد، خروج از مرکز و نیم قطر بزرگ مدار ماهواره چه قدر خواهد بود؟

[۱] Moment of Inertia

سؤال ۶ (۵۵ نمره) [طرّاح: محمّدهادی ستوده]

دنباله‌دار C/1975 V1، معروف به دنباله‌دار وِست[۱]، که آخرین بار در دهه‌ی ۵۰ رؤیت شد، طولانی‌ترین دوره‌ی تناوب[۲] را در میان دنباله‌دارها دارد. می‌توان صفحه‌ی مداری آن را منطبق بر صفحه‌ی دایرهٔ البروج در نظر گرفت.

در اوایل مهر ماه ۱۳۵۴، ناظری در کشور نروژ قصد مشاهده‌ی این دنباله‌دار را دارد. او در ساعت ۲۰:۳۴ تلسکوپ دابسونی خود را به سمت نقطه‌ای با مختصات $A = ۱۶۰^\circ$ و $a = ۵^\circ$ نشانه می‌گیرد و در میدان دید، شکل ۱ را مشاهده می‌کند. چندین ساعت بعد، ناظر دوباره به سراغ دنباله‌دار رفته و شکل ۲ را مشاهده می‌کند.

الف) مشاهده‌ی دوم در چه ساعتی انجام شده است؟

در ادامه ناظر را زمین‌مرکز در نظر بگیرید.

ناظر پس از تحلیل مشاهدات خود متوجه می‌شود نقطه‌ی سبز رنگِ دیده شده در هر دو تصویر، ماهواره‌ی EH-9977a است که به دور زمین می‌گردد و در حال داده‌گیری از همان دنباله‌دار است. در هر دو مشاهده‌ی ناظر، میل ماهواره هنگام جابه‌جایی در میدان دید در حال کاهش بوده است.

ب) میل مداری (i) و بعد گره صعودی (Ω) ماهواره چه قدر است؟

مدار ماهواره دارای نیم قطر اطول $۲/۰ R_\oplus$، خروج از مرکز ۰/۵ و طول حضیض ۱۶۵° است.

ج) مدت زمانی که ماهواره قادر به داده‌گیری از دنباله‌دار نیست، چه قدر است؟

---

[۱] Comet West

[۲] این مدت زمان حدود ۲۵۰۰۰۰ سال برآورد شده است.

روابط و اتحادهای کمکی

معادلات اصلی کیهان‌شناسی

(توجّه! به جز موارد زیر، لازم است تمامی روابط مورد استفاده اثبات شوند.)

$$\left(\frac{H}{H_0}\right)^2 = \frac{\Omega_{r,0}}{a^4} + \frac{\Omega_{m,0}}{a^3} + \frac{1-\Omega_0}{a^2} + \Omega_{\Lambda,0}$$

$$\varepsilon_c = \frac{3c^2H^2}{8\pi G}$$

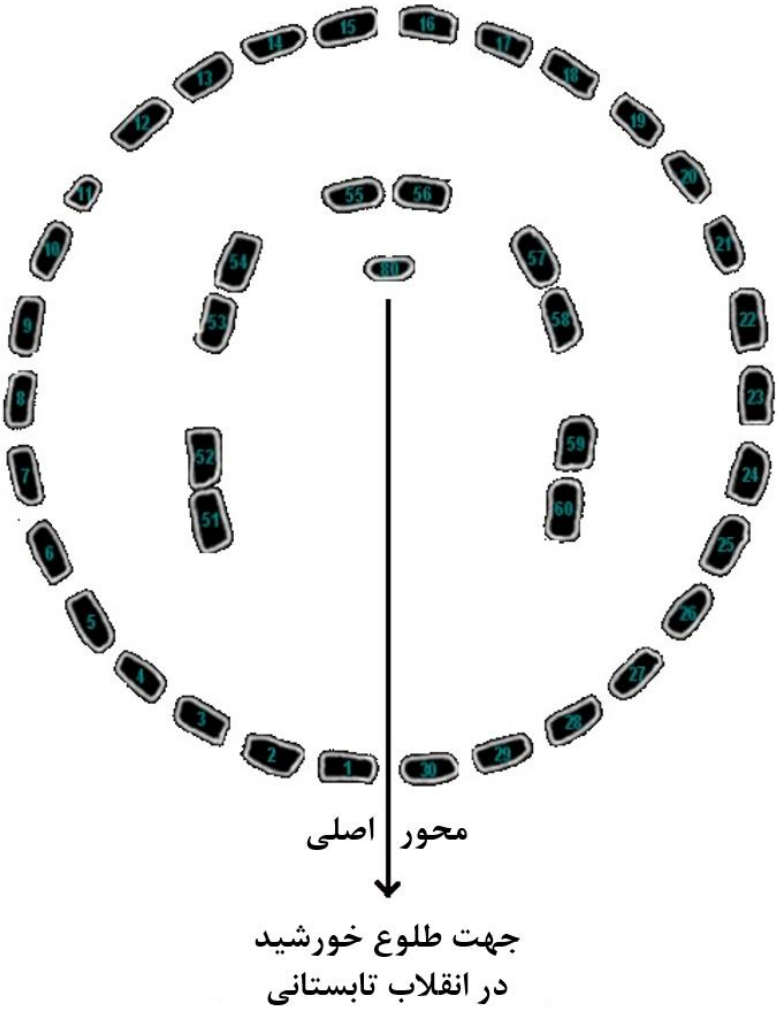
$$\dot{\varepsilon} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\varepsilon + P) = 0 \quad , \quad \varepsilon = \rho c^2$$

$$ds^2 = -c^2dt^2 + a(t)^2\left[dr^2 + S_\kappa(r)^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\ d\varphi^2)\right]$$

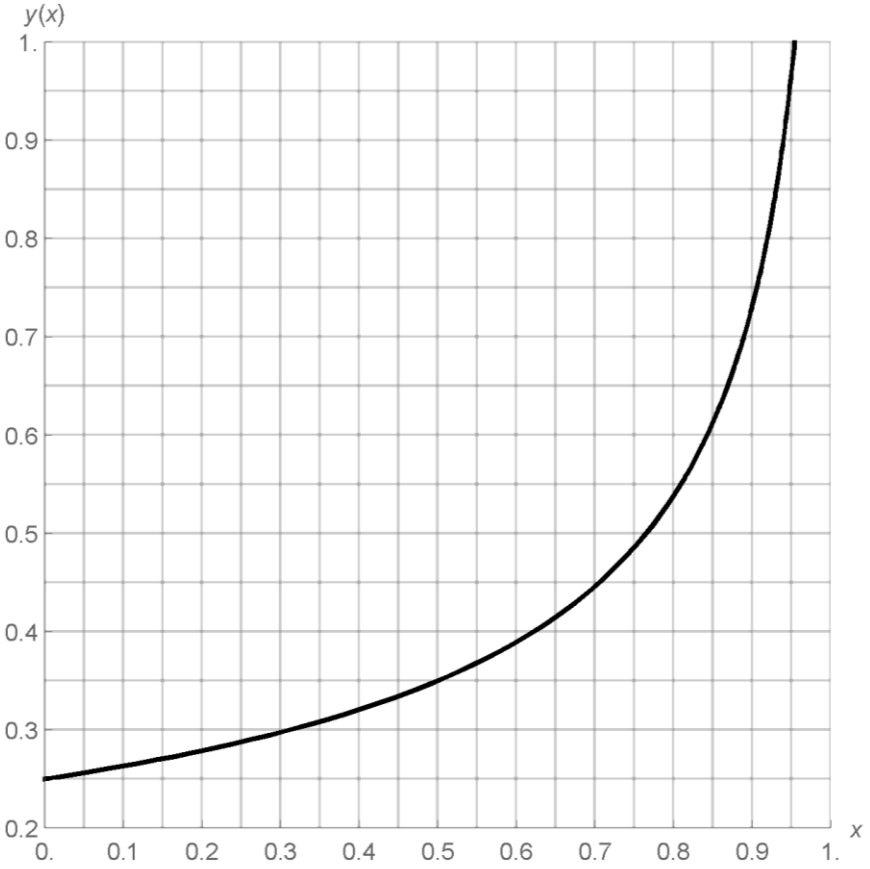
$$S_\kappa(r) = \begin{cases} R_0 \sin(r/R_0) & \kappa = +1 \\ r & \kappa = 0 \\ R_0 \sinh(r/R_0) & \kappa = -1 \end{cases}$$

$$\frac{a}{a_0} = \frac{1}{1+z}$$

شکل سؤال ۳: نمای باغچه از بالا

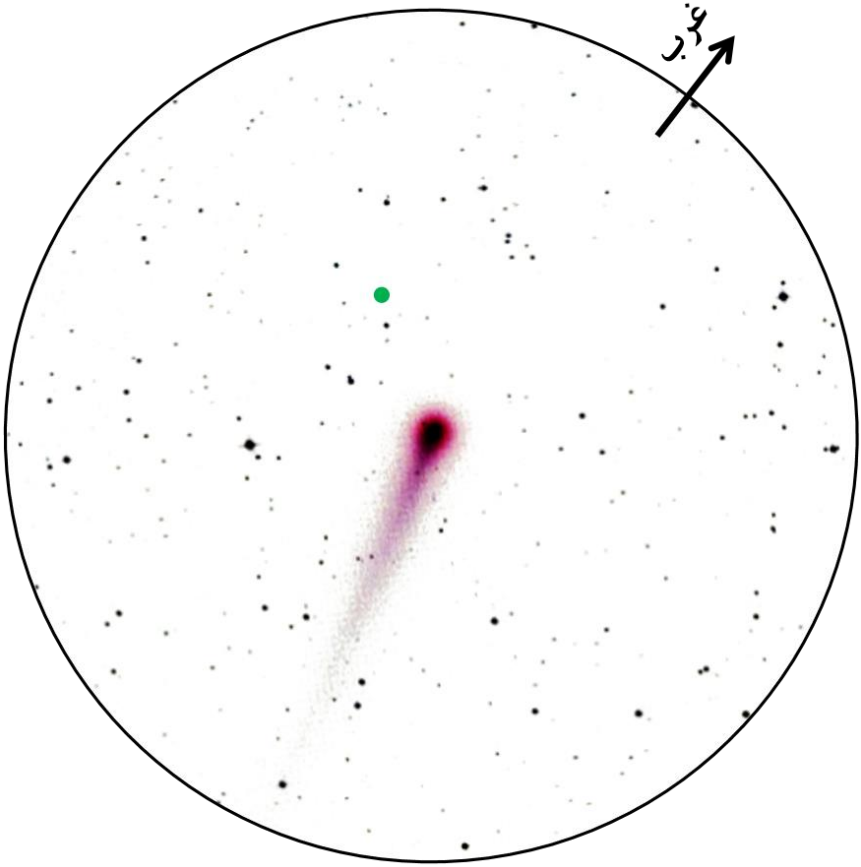


نمودار سؤال ۴: تابع $y(x)$



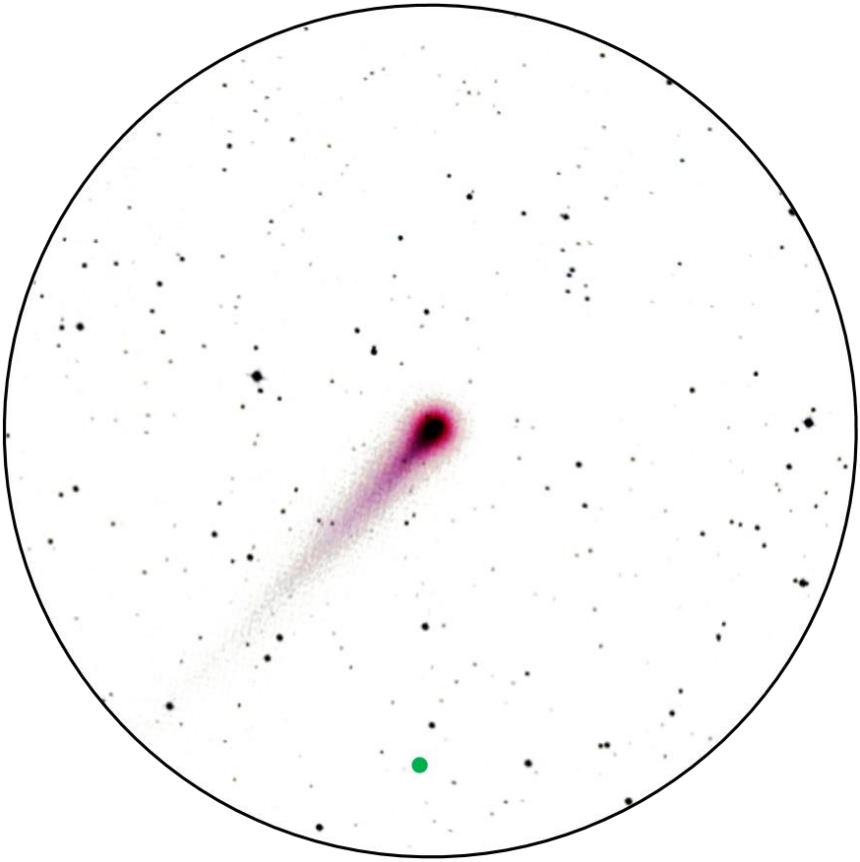
شکل ۱ سؤال ۶

(توجّه! جهت سرسو در این شکل و شکل ۲ سؤال ۶ یکسان است.)



شکل ۲ سؤال ۶

(توجّه! جهت سرسو در این شکل و شکل ۱ سؤال ۶ یکسان است.)



بسمه تعالی

وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملّی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی(ره)»

چهاردهمین دوره‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون‌های پایانی

آزمون تئوری ۳

(۱۶ شهریور ۱۳۹۷ - ساعت ۸:۰۰ تا ۱۲:۱۵)

توجه: بارم سؤالات متفاوت است.

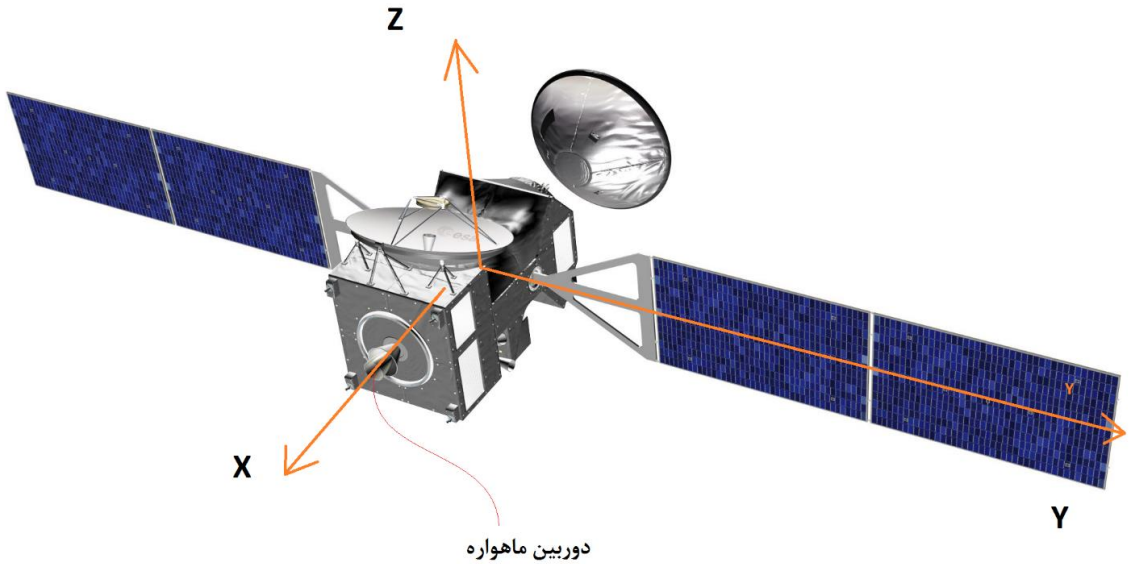
ثوابت فیزیکی و نجومی

کمیت		مقدار	
G	ثابت جهانی گرانش	$\mathrm{m^3\ s^{-2}\ kg^{-1}}$	$۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱}$
c	سرعت نور	$\mathrm{m\ s^{-1}}$	$۳/۰۰ \times ۱۰^{۸}$
$\epsilon_۰$	ثابت گذردهی خلأ	$\mathrm{C^2\ N^{-1}\ m^{-2}}$	$۸/۸۵ \times ۱۰^{-۱۲}$
h	ثابت پلانک	$\mathrm{J\ s}$	$۶/۶۳ \times ۱۰^{-۳۴}$
k	ثابت بولتزمن	$\mathrm{J\ K^{-1}}$	$۱/۳۸ \times ۱۰^{-۲۳}$
σ	ثابت استفان-بولتزمن	$\mathrm{W\ m^{-2}\ K^{-4}}$	$۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸}$
e	بار الکترون	C	$۱/۶۰ \times ۱۰^{-۱۹}$
eV	الکترون‌ولت	J	$۱/۶۰ \times ۱۰^{-۱۹}$
m_p	جرم پروتون	kg	$۱/۶۷ \times ۱۰^{-۲۷}$
m_e	جرم الکترون	kg	$۹/۱۱ \times ۱۰^{-۳۱}$
ly	سال نوری	m	$۹/۴۶ \times ۱۰^{۱۵}$
pc	پارسک	m	$۳/۰۹ \times ۱۰^{۱۶}$
AU	واحد نجومی	m	$۱/۵۰ \times ۱۰^{۱۱}$
$L_\odot$	درخشندگی خورشید	W	$۳/۸۵ \times ۱۰^{۲۶}$
	قدر مطلق خورشید		$۴/۸۳$
$M_\odot$	جرم خورشید	kg	$۱/۹۹ \times ۱۰^{۳۰}$
$R_\odot$	شعاع خورشید	m	$۶/۹۶ \times ۱۰^{۸}$
$M_\oplus$	جرم زمین	kg	$۵/۹۷ \times ۱۰^{۲۴}$
$R_\oplus$	شعاع زمین	km	۶۳۸۰
ε	تمایل محوری زمین		$۲۳^\circ/۴$
$H_۰$	ثابت هابل	$\mathrm{km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}}$	$۶۸/۰$

سؤال ۱ (۲۵ نمره) [طرّاح: عطا مرادی]

یک ماهواره‌ی ساخت سازمان فضایی اروپا در مداری استوایی با خروج از مرکز ۰/۵ و دوره‌ی تناوب ۸ ساعت در حال گردش به دور زمین است. در لحظه‌ی اول ماهواره در حضیض مدار خود قرار دارد و دوربین آن به سمت مرکز زمین نشانه رفته است. سرعت زاویه‌ای مطلق اولیه‌ی ماهواره نیز صفر است.

در ادامه دستگاه مختصاتی تعریف می‌کنیم که محور X آن به سمت مرکز زمین و محور Z آن در خلاف جهت تکانه‌ی زاویه‌ای مدار ماهواره است.



شکل ۱ – جهت‌گیری دستگاه مختصات نسبت به ماهواره

می‌خواهیم کاری کنیم تا همواره دوربین ماهواره به سمت مرکز زمین باشد. ماهواره مجهز به سه چرخ عکس‌العملی است که هر کدام بر روی یک محور از ماهواره قرار دارند.

جدول ۱ – مشخصات ماهواره

جرم ماهواره	۲۳۰ kg
ماتریس ممان اینرسی ماهواره	$\begin{bmatrix} ۸۰۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱۰۰۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱۲۵۰ \end{bmatrix}$ kg m^۲
طول هر پنل خورشیدی ماهواره	۳ m
ماموریت ماهواره	تصویربرداری و مخابراتی
ممان اینرسی هر کدام از چرخ‌ها حول محور دوران	۱/۲۵ kg m^۲

الف) در لحظه‌ی اول اگر کل چرخ‌های عکس‌العملی خاموش باشند، آیا گشتاور خارجی به واسطه‌ی گرادیان جاذبه‌ی زمین وجود خواهد داشت؟

ب) آیا در لحظه‌ی اول نیازی به استفاده از چرخ عکس‌العملی هست؟ علت را توضیح دهید.

ج) در لحظه‌ای که ماهواره به آنومالی ۴۰° می‌رسد، شتاب زاویه‌ای هریک از چرخ ها چه قدر باید باشد؟

سؤال ۲ (۳۰ نمره) [طرّاح: سعید حجّتی‌نژاد]

فرض کنید زمین همدمی دارد که مدار آن با مدار زمین مشترک است. از دید ناظران زمینی، جدایی زاویه‌ای خورشید و همدم زمین همواره ثابت و برابر با ۳۰° است. یک ناظر زمینی در چه بازه‌ای از عرض جغرافیایی باشد تا بتواند در تمامی روزهای سال، خورشید و همدم زمین را در ارتفاع بیش از ۴۰° هم‌ارتفاع ببیند؟

سؤال ۳ (۳۵ نمره) [طرّاح: دکتر محمّدحسن وحیدی‌نیا]

فرض کنید که جهان تخت است و از تابش، ماده و انرژی تاریک ($w = -۱$) تشکیل شده است. دو کهکشان با قرمزگرایی یکسان z از یک‌دیگر $\theta = {۲\pi}/{۳}$ جدایی زاویه‌ای دارند.

الف) رابطه‌ای انتگرالی برای فاصله‌ی ویژه‌ی کنونی این کهکشان‌ها از ما بر حسب قرمزگرایی، $d_p(z)$، بیابید.

در نمودار پیوست، رابطه‌ی انتگرالی قسمت الف برای مدلی خاص رسم شده است. با استفاده از نمودار و دانستن $d_p(\infty) = ۱۴۵۰۰\ \mathrm{Mpc}$ به قسمت‌های بعد پاسخ دهید.

ب) کمینه‌ی مقدار z برای این که دو کهکشان تا کنون با یک‌دیگر ارتباط علی نداشته باشند، چه قدر است؟

ج) آیا این دو کهکشان هنگام تابش فوتون‌هایی که اکنون از آن‌ها دریافت می‌کنیم، در افق یک‌دیگر قرار داشته‌اند؟

د) مقداری حدی برای z بیابید تا این کهکشان‌ها تا زمان تابش، ارتباط علی نداشته باشند.

سؤال ۴ (۴۰ نمره) [طرّاح: دکتر مهدی خاکیان]

یک ستاره‌ی بزرگ بالغ با درخشندگی $L_* = ۲۰۰۰۰\ L_\odot$ و جرم $M_* = ۱۵\ M_\odot$ در مرکز خود یک هسته‌ی آهنی ($^{۵۶}_{۲۶}\mathrm{Fe}$) واگِن با جرم M_c و شعاع R_c دارد که در آستانه‌ی تبدیل شدن به ستاره‌ی نوترونی است.

الف) رابطه‌ای برای فاصله‌ی متوسط دو ذره‌ی آهن در هسته بر حسب M_c و R_c بیابید. سپس رابطه‌ای برای فشار کولنی بنویسید.

ب) در هسته‌ی ستاره، نسبت فشار واگنی به فشار کولنی و نسبت فشار واگنی به فشار گاز را به دست آورید.

به دلیل فشردگی زیاد، هسته‌ی ستاره شبیه جسم صلب دوران می‌کند. دوره‌ی تناوب چرخشی هسته حدود ۲ روز است. پس از وقوع انفجار ابرنواختری، دوره‌ی تناوب مشاهده شده برای ستاره‌ی نوترونی تقریباً ۰/۵ ثانیه ثبت شده است. هم‌چنین می‌دانیم در فرایند رمبش، تمام آهن موجود در هسته نهایتاً به نوترون تبدیل می‌شود.

ج) چه کسری از انرژی آزاد شده‌ی ابرنواختر، صرف شکستن پیوندهای هسته‌ای می‌شود؟

برای حل این سؤال، استفاده از روابط زیر و جدول ۲ ممکن است مفید واقع شود.

رابطه‌ی جرم-شعاع کوتوله‌های سفید

$$R_{\mathrm{wd}} = ۰/۱۱۴ \frac{h^۲}{G m_e \left(m_p \mu_e\right)^{\frac{۵}{۳}}} M_{\mathrm{wd}}^{-\frac{۱}{۳}}$$

حد جرمی چاندراسِکار[۱]

$$M_{\mathrm{ch}} = ۰/۲۰ \frac{۱}{\mu_e^۲} \left(\frac{hc}{G m_p^۲}\right)^{\frac{۳}{۲}} m_p$$

معادله‌ی حالت الکترون‌های واگن غیرنسبیتی

$$P = ۰/۰۴۸۵ \frac{h^۲}{m_e \mu_e^{\frac{۵}{۳}}} \frac{\rho^{\frac{۵}{۳}}}{m_p^{\frac{۵}{۳}}}$$

[۱] این حد توسط سابرامانیان چاندراسکار (Subrahmanyan Chandrasekhar)، دانشمند هندی، به دست آمد و بیشترین جرم ممکن برای یک ستاره‌ی کوتوله‌ی سفید پایدار است.

جدول ۲ – اطلاعات فرایندهای هسته‌ای ستارگان

سوخت هسته‌ای	فرایند	دمای آستانه $T_{\text{threshold}}$ ($۱۰^{۶}$ K)	فراورده‌ها	انرژی آزاد شده به ازای هر هستک[۱] (MeV)
H	p-p	~۴	He	۶٫۵۵
H	CNO	۱۵	He	۶٫۲۵
He	۳α	۱۰۰	C, O	۰٫۶۱
C	C + C	۶۰۰	O, Ne, Na, Mg	۰٫۵۴
O	O + O	۱۰۰۰	Mg, S, P, Si	~۰٫۳
Si	تعادل آماری هسته‌ای	۳۰۰۰	Co, Fe, Ni	< ۰٫۱۸

[۱] Nucleon

سؤال ۵ (۵۰ نمره) [طرّاح: وحید احمدی]

در این سؤال قصد داریم مدلی برای بررسی دینامیک چرخش بازوهای کهکشان ارائه دهیم. بدین منظور، نحوه‌ی ایجاد بازوها در محیط گاز میان ستاره‌ای توسط یک موج چگالی ستاره‌ای را بررسی می‌کنیم. باید توجه داشت که بازوهای کهکشان از دو جزء ستاره و گاز تشکیل شده است؛ بازوهای ستاره‌ای و گازی با هم متفاوت هستند و مقداری اختلاف فاز چرخشی در گردش به دور مرکز کهکشان دارند.

در ابتدا یک کهکشان به شکل دیسک ستاره‌ای با تابع پتانسیل $\phi_0(r)$ با تقارن محوری را در نظر بگیرید.

الف) فرض کنید ستاره‌ای در مداری دایره‌ای به شعاع r_0 حول مرکز کهکشان می‌گردد. معادلات شتاب در دستگاه استوانه‌ای را بنویسید. سپس بردار سرعت زاویه‌ای و سرعت مداری (در هر لحظه) را برای این ستاره (برحسب ϕ_0) بیابید.

راهنمایی: معادلات شتاب در دستگاه استوانه‌ای به صورت

$$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{r} + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\hat{\theta} + (\ddot{z})\hat{z}$$

$$\vec{a} = -\nabla\phi = -\frac{\partial\phi}{\partial r}\hat{r} - \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\hat{\theta} - \frac{\partial\phi}{\partial z}\hat{z}$$

هستند که r فاصله‌ی شعاعی از محور z، θ زاویه‌ی سمتی و z ارتفاع از دیسک مرکزی در دستگاه استوانه‌ای است.

در یک مدل ساده جمله‌ی اختلالی (جمله‌ی مرتبه‌ی یک) زیر را برای بررسی دینامیک چرخش بازوهای کهکشان، به تابع پتانسیل اولیه (جمله‌ی مرتبه‌ی صفر) اضافه می‌کنیم.

$$\phi_1(r,\theta) = F\cos(Kr + m\theta)$$

که در آن F، K و m ثابت هستند.

بنابراین پتانسیل جدید دیسک به شکل زیر بازنویسی می‌شود.

$$\phi = \phi_0(r) + \phi_1(r,\theta) = \phi_0(r) + F\cos(Kr + m\theta)$$

پس همانطور که انتظار داریم معادلات حرکت، باید به فرم زیر باشند (در راستای z حرکتی نداریم.).

$$\begin{cases} r(t) = r_0(t) + r_1(t) \\ \theta(t) = \theta_0(t) + \theta_1(t) \end{cases}$$

ب) با توجه به جمله‌ی اختلالی پتانسیل، معادله‌ی شتاب در راستای $\hat{r}$ را بنویسید. سپس با ساده کردن جملات مرتبه‌ی صفر، معادله‌ی دیفرانسیلی به دست آورید که فقط شامل جملات مرتبه‌ی یک باشد.

ج) معادله‌ی شتاب در راستای $\hat{\theta}$ را بنویسید و سپس از دو طرفِ تساوی روی زمان انتگرال بگیرید. دقت کنید که ابتدا باید با ساده کردن جملات مرتبه‌ی صفر، معادله‌ی دیفرانسیلی بیابید که فقط شامل جملات مرتبه‌ی یک باشد. برای سادگی، در نظر بگیرید که $\frac{\partial \phi_1}{\partial \theta}$ پس از انتگرال‌گیری، به مقدار ثابتی میل می‌کند.

د) با حل معادله‌ی دیفرانسیل قسمت «ب» و همچنین بهره‌گیری از قسمت «ج»، فاصله‌ی شعاعی ستاره بر حسب زمان را که به شکل $r(t) = r_0(t) + r_1(t)$ است به دست بیاورید.

راهنمایی: حل معادله‌ی دیفرانسیل زیر ممکن است مورد نیاز واقع شود.

$$m\ddot{x} + kx = F\sin(\alpha t + \beta) + \text{constant} \quad (k > 0, \omega \equiv \sqrt{k/m} \neq \alpha)$$

$$\rightarrow x(t) = c_1 \cos(\omega t + \psi_0) + \frac{F}{m(\omega^2 - \alpha^2)}\sin(\alpha t + \beta) + c_2$$

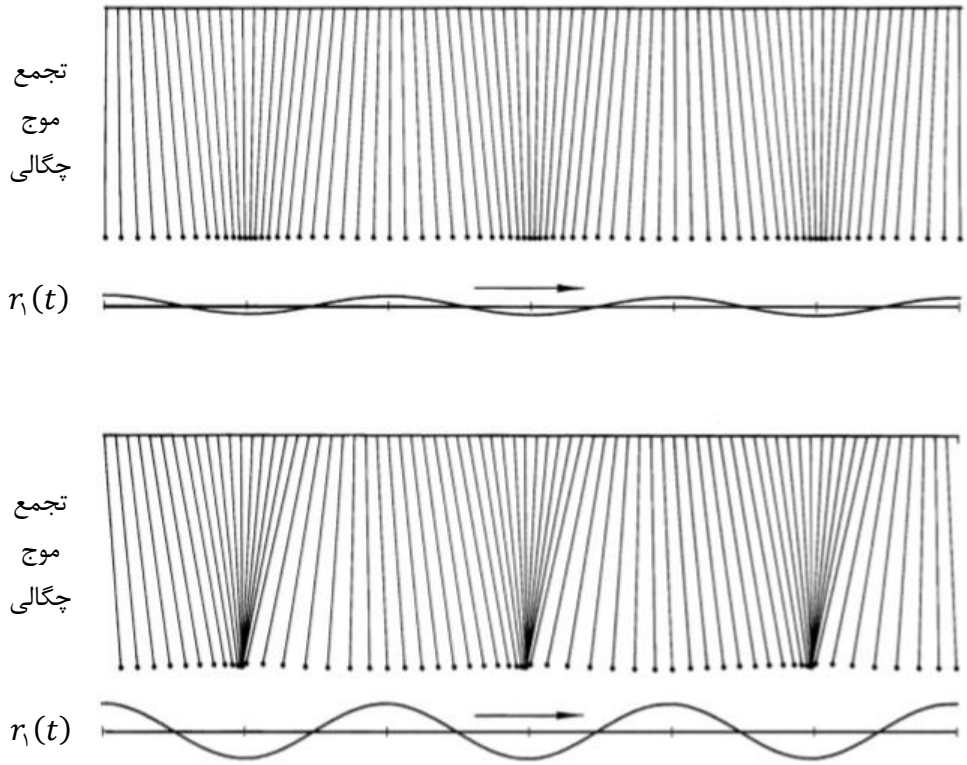
نیازی به محاسبه‌ی مقادیر c_1، c_2، ψ_0 و ω نیست.

هـ) با حل معادله‌ی دیفرانسیل قسمت «ج»، زاویه‌ی سمتی ستاره که به شکل $\theta(t) = \theta_0(t) + \theta_1(t)$ است را به دست بیاورید.

و) با بررسی تابع $r(t)$ استدلال کنید که با زیاد و کم شدن دامنه‌ی جمله‌ی نوسانی اضافه شده بر اثر اختلال، $r_1(t)$، مقدار تجمع حرکتی ستارگان در کمینه‌ی این امواج، چگونه تغییر می‌کند؟

سپس به صورت شهودی استدلال کنید که آیا مدل بالا می‌تواند شکل تجمعی بازوهای کهکشان (تشکیل توده‌های پرستاره و نواحی خالی‌تر) را توجیه کند یا خیر؟

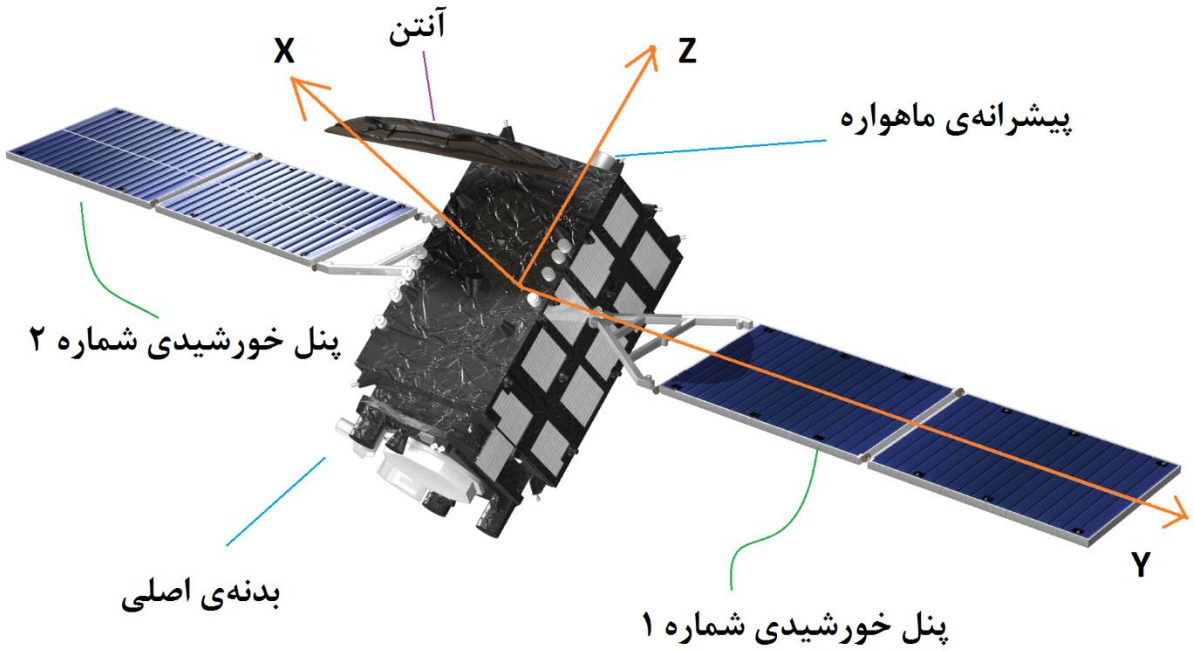
راهنمایی: می‌توانید از تصاویر زیر کمک بگیرید.



شکل ۲ – تأثیر ویژگی‌های تابع $r_1(t)$ بر تجمع دو موج چگالی به صورت شماتیک

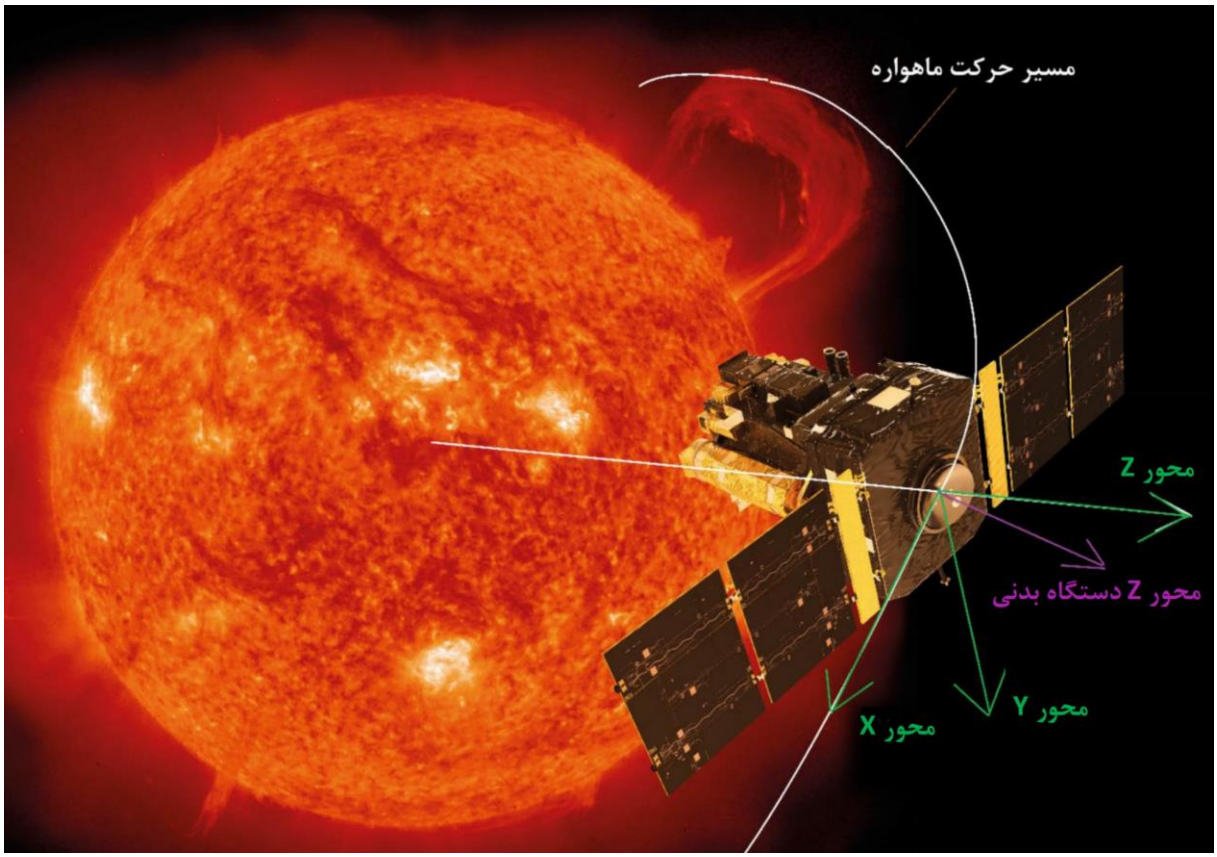
سؤال ۶ (۶۰ نمره) [طرّاح: عطا مرادی]

ماهواره‌ای به نام QZS-2 مأموریت دارد تا به سمت خورشید رفته و مطالعاتی بر روی آن انجام دهد. این ماهواره‌ی پیشرفته از یک آنتن قدرتمند، یک پیشرانه‌ی اصلی، چندین پیشرانه‌ی کوچک، دو پنل خورشیدی بزرگ در دو طرف و چندین سنسور (ژیروسکوپ، مغناطیسی، شتاب‌سنج، ستاره‌ای و خورشیدی) تشکیل شده است. شکل ۳، ماهواره و قطعات آن را به همراه دستگاه مختصات چسبیده به آن (XYZ) نشان می‌دهد. محور Y، در راستای دوران پنل‌ها و به سمت پنل شماره‌ی ۱ است (شکل ۳) و جهت محور Z به سمت قسمت بالایی ماهواره یا همان پیشرانه است (عمود بر سطح). نام این دستگاه را دستگاه بدنی می‌نامیم.

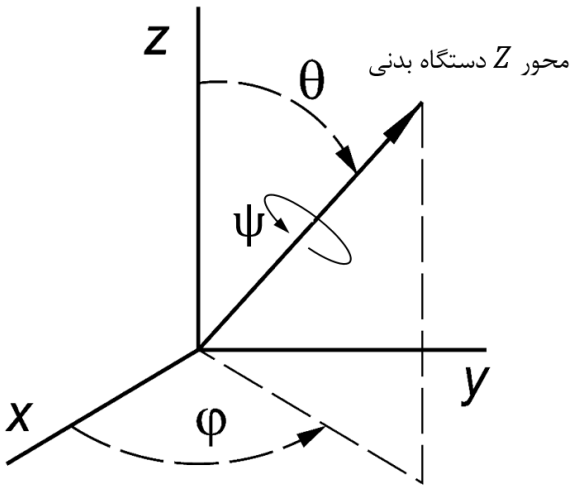


شکل ۳

در ابتدا ماهواره در فاصله‌ی ۵۰ میلیون کیلومتری از مرکز خورشید قرار دارد. پنل‌های خورشیدی ماهواره بسته هستند و ماهواره در یک مدار دایره‌ای به دور خورشید می‌گردد. مطابق شکل ۴، دستگاه مختصات مداری را تعریف می‌کنیم. در این دستگاه، محور Z در جهت شعاعی و محور Y در جهت تکانه‌ی زاویه‌ای مداری ماهواره است. با توجه به راست‌گرد بودن دستگاه، جهت محور X مشخص می‌شود. به دلیل دایره‌ای بودن مدار، محور X ابتدا در جهت سرعت ماهواره است. در شکل ۴، محور Z دستگاه بدنی با رنگ بنفش نشان داده شده است. جهت محور Z دستگاه بدنی را می‌توان با دو زاویه‌ی θ (Nutation Angle) و φ (Precession Angle) نشان داد (شکل ۵). میزان دوران جسم، حول محور Z بدنی با زاویه‌ی ψ (Rotation Angle) مشخص می‌شود.



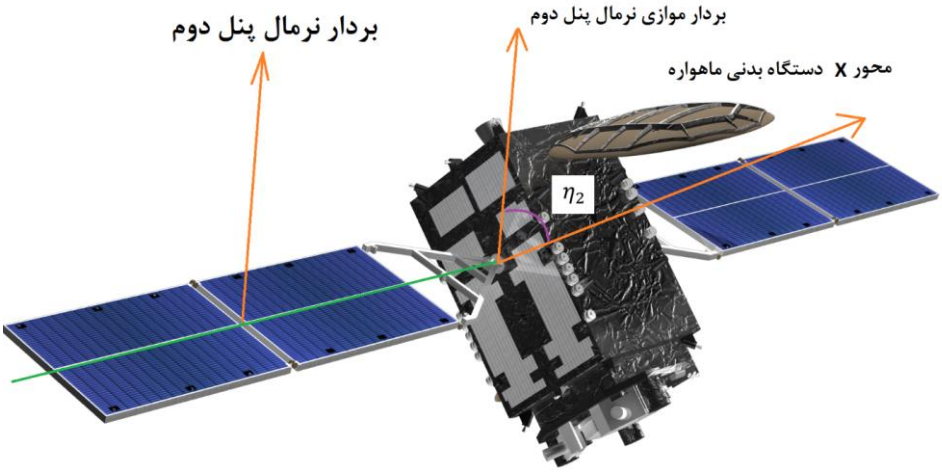
شکل ۴



شکل ۵ (ψ به صورت پادساعتگرد سنجیده می‌شود.)

مقادیر اولیه‌ی θ، φ و ψ در جدول ۳ داده شده است.

به طور ناگهانی صفحات پنل خورشیدی ماهواره باز می‌شوند. برای کنترل، می‌توان زاویه‌ی پیچش (η) هر پنل را به طور مجزا تغییر داد. جهت درک بهتر به شکل ۶ نگاه کنید. لازم به ذکر است که زاویه‌ی پیچش به صورت پادساعتگرد از بردار نرمال هر پنل تا محور X سنجیده می‌شود (حول محور Y).



شکل ۶ – زاویه‌ی پیچش پنل دوم نسبت به محور X دستگاه بدنی ماهواره ($\eta_۲$)

جدول ۳ - مشخصات ماهواره و شرایط اولیه‌ی آن

$\boldsymbol{\theta}_{\circ}$	۳۰°
$\boldsymbol{\phi}_{\circ}$	۶۰°
$\boldsymbol{\psi}_{\circ}$	۹۰°
$\boldsymbol{\eta}_{۱}$	۴۵°
$\boldsymbol{\eta}_{۲}$	۹۰°
بردار سرعت زاویه‌ای مطلق ماهواره در دستگاه بدنی که سنسور ژیروسکوپی گزارش داده است	$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} ۱۵ \\ ۰ \\ ۰ \end{bmatrix} \mathrm{deg\ s^{-1}}$
طول هر یک از دو پنل خورشیدی	۵ m
عرض هر یک از دو پنل خورشیدی	۲ m
ضریب آلبدوی سطح هر پنل	۱/۰
فاصله‌ی مرکز هر پنل از مبدا مختصات	۳ m
ماتریس ممان اینرسی ماهواره در دستگاه بدنی	$\begin{bmatrix} ۱۰۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱۰۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱۰۰ \end{bmatrix} \mathrm{kg\ m^{۲}}$
جرم ماهواره	۲۵۰ kg
وضعیت پیشرانه اصلی و فرعی ماهواره	همگی خاموش هستند.

الف) در لحظه‌ی اول چه گشتاور یا گشتاورهایی به ماهواره وارد می‌شود؟ مهم‌ترین گشتاوری که به ماهواره در این لحظه وارد می‌شود چیست؟

ب) ماتریس دوران از دستگاه مداری به دستگاه بدنی در لحظه‌ی اول را بیابید.

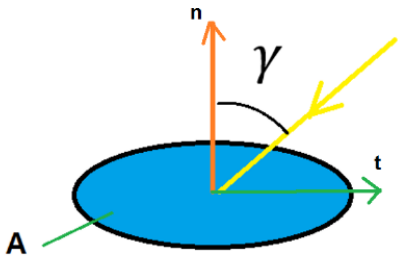
ج) مقدار و جهت سرعت مطلق ماهواره در این لحظه را در دستگاه بدنی بیابید.

د) آیا دستگاه XYZی که مطابق با جهت شعاعی و جهت تکانه زاویه‌ای مداری تعریف شد، به لحاظ دورانی یک دستگاه لخت محسوب می‌شود؟

هـ) در لحظه‌ی اول، مقادیر $\dot{\theta}$، $\dot{\varphi}$ و $\dot{\psi}$ بر حسب درجه بر ثانیه چه قدر است؟

و) مقدار و جهت برآیند نیروی تابشی را در این لحظه و در دستگاه بدنی ماهواره محاسبه کنید.

راهنمایی: اگر زاویه‌ی جهت خورشید و جهت عمود بر یک سطح γ باشد،



$$F_n = \frac{b_\odot A \cos^2 \gamma}{c}(1+\alpha)$$

$$F_t = -\frac{b_\odot A \cos\gamma \times \sin\gamma}{c}(1-\alpha)$$

$b_\odot$ شار دریافتی خورشید، A مساحت، α ضریب بازتاب (آلبدو) سطح و c سرعت نور است.

ز) مقدار و جهت برآیند گشتاور وارد به ماهواره را در لحظه‌ی اول و در دستگاه بدنی ماهواره بیابید.

ح) شتاب زاویه‌ای ماهواره را در این لحظه و در دستگاه بدنی به دست آورید.

ط) پس از گذشت ۱۰ ثانیه، سرعت زاویه‌ای ماهواره در دستگاه بدنی تقریباً چه قدر خواهد بود؟

روابط و اتحادهای کمکی

معادلات اصلی کیهان‌شناسی

(توجّه! به جز موارد زیر، لازم است تمامی روابط مورد استفاده اثبات شوند.)

$$\left(\frac{H}{H_0}\right)^2 = \frac{\Omega_{r,0}}{a^4} + \frac{\Omega_{m,0}}{a^3} + \frac{1-\Omega_0}{a^2} + \Omega_{\Lambda,0}$$

$$\varepsilon_c = \frac{3c^2H^2}{8\pi G}$$

$$\dot{\varepsilon} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\varepsilon + P) = 0 \quad , \quad \varepsilon = \rho c^2$$

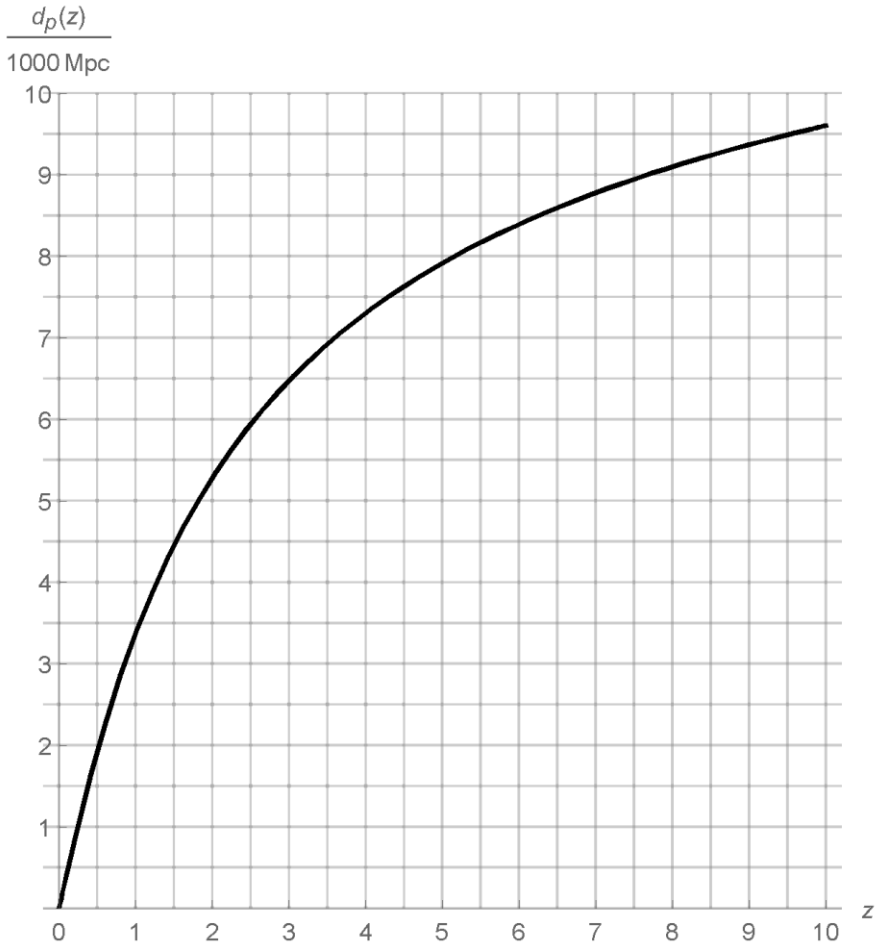
$$ds^2 = -c^2dt^2 + a(t)^2\left[dr^2 + S_\kappa(r)^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\ d\varphi^2)\right]$$

$$S_\kappa(r) = \begin{cases} R_0 \sin(r/R_0) & \kappa = +1 \\ r & \kappa = 0 \\ R_0 \sinh(r/R_0) & \kappa = -1 \end{cases}$$

$$\frac{a}{a_0} = \frac{1}{1+z}$$

نمودار سؤال ۳: تابع $d_p(z)$

$(\Omega_{r,\circ} \approx ۰/۰ \ , \ \Omega_{m,\circ} \approx ۰/۳ \ , \ \Omega_{\Lambda,\circ} \approx ۰/۷)$



آزمون‌های تحلیل داده

بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملّی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی(ره)»

چهاردهمین دوره‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون‌های میان‌دوره

آزمون مفاهیم پایه‌ی تحلیل داده

(۲۷ مرداد ۱۳۹۷ - ساعت ۸:۰۰ تا ۱۲:۰۰)

توجه: بارم سؤالات متفاوت است.

ثوابت فیزیکی و نجومی

(توجّه! ثوابت این جدول بدون خطا هستند.)

کمیت		مقدار	
G	ثابت جهانی گرانش	$\mathrm{m^3\ s^{-2}\ kg^{-1}}$	$۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱}$
c	سرعت نور	$\mathrm{m\ s^{-1}}$	$۳/۰۰ \times ۱۰^{۸}$
h	ثابت پلانک	$\mathrm{J\ s}$	$۶/۶۳ \times ۱۰^{-۳۴}$
k	ثابت بولتزمن	$\mathrm{J\ K^{-1}}$	$۱/۳۸ \times ۱۰^{-۲۳}$
σ	ثابت استفان-بولتزمن	$\mathrm{W\ m^{-2}\ K^{-4}}$	$۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸}$
m_H	جرم اتم هیدروژن	kg	$۱/۶۷ \times ۱۰^{-۲۷}$
pc	پارسک	m	$۳/۰۹ \times ۱۰^{۱۶}$
	قدر مطلق خورشید		۴/۸۳
$L_\odot$	درخشندگی خورشید	W	$۳/۸۵ \times ۱۰^{۲۶}$
$R_\odot$	شعاع خورشید	m	$۶/۹۶ \times ۱۰^{۸}$
$M_\oplus$	جرم زمین	kg	$۵/۹۷ \times ۱۰^{۲۴}$
$R_\oplus$	شعاع زمین	km	۶۳۸۰
	دوره‌ی تناوب نجومی زمین	s	۸۶۱۶۴
	جرم مریخ	kg	$۶/۳۹ \times ۱۰^{۲۳}$
	شعاع مریخ	km	۳۳۹۰
	۱ اینچ ("1)	cm	۲/۵۴

جدول بارم‌بندی سؤالات

سؤال	بارم	سؤال	بارم	سؤال	بارم
۱	۶	**۶**	۷	**۱۱**	۱۲
۲	۸	**۷**	۸	**۱۲**	۱۵
۳	۶	**۸**	۱۱	**۱۳**	۱۳
۴	۸	**۹**	۹	**۱۴**	۱۰
۵	۲۱	**۱۰**	۱۶	**۱۵**	۵

سؤال ۱ [**طرّاح: شهاب الدّین محین**]: داده‌های زیر را به صورت درست گزارش کنید.

جدول ۱

#	گزارش اوّلیّه
1	45.253 ± 2.545
2	14555 ± 280
3	$698.65 \times 10^5 \pm 95 \times 10^3$
4	$19.96743\ \mu\text{m} \pm 4.6\ \text{nm}$
5	46517.86453 ± 85.00006
6	$0.00045321 \pm 0.00001711\ L_\odot$

سؤال ۲ [**طرّاح: محمّدهادی ستوده**]:

تلسکوپی با قطر دهانه‌ی $(8.00 \pm 0.03)"$ و نسبت کانونی 6.00 ± 0.15 موجود است. اگر از یک چشمی 25.0000 ± 0.0005 میلی‌متر با میدان دید ظاهری $(52 \pm 4)°$ استفاده کنیم،

الف) میدان دید تلسکوپ به همراه خطا چه قدر خواهد شد؟

ب) مدت زمان عبور ستاره‌ی الدّرامین ($\delta = (62.5 \pm 1.5)°, \alpha = 21^{\text{h}}\ 20^{\text{m}} \pm 30^{\text{m}}$) از قطر میدان دید چشمی تلسکوپ به همراه خطا چه قدر است؟

سؤال ۳ [**طرّاح: محمّدهادی ستوده**]: جدول ۲، تاریخ مشاهده‌ی دو کمینه‌ی متوالی ستاره‌ی متغیّر HSM 1723 را نشان می‌دهد. جدول ۳ نیز، تاریخ مشاهده‌ی دو کمینه‌ی متوالی ستاره‌ی متغیّر HSM 4522 را نشان می‌دهد.

جدول ۲ – تاریخ کمینه‌های ستاره‌ی HSM 1723

#	۱	۲
تاریخ	۱۷ آبان ۱۳۷۶	۱۶ شهریور ۱۳۷۹

جدول ۳ – تاریخ کمینه‌های ستاره‌ی HSM 4522

#	۱	۲
تاریخ	۲ خرداد ۱۳۷۶	۹ آذر ۱۳۷۶

الف) دوره‌ی تناوب هر متغیّر (بر حسب سال) چه قدر است؟ (هر سال دقیقاً ۳۶۵ روز است.)

ب) نسبت دوره‌ی تناوب ستاره‌ی HSM 4522 به ستاره‌ی HSM 1723 چه قدر است؟

سؤال ۴ [**طرّاح: محمّدهادی ستوده**]: جدول ۴ قرمزگرایی و مدول فاصله‌ی چند کهکشان نزدیک را نشان می‌دهد

جدول ۴

#	قرمزگرایی ($\times 10^{-3}$)	مدول فاصله
1	6.00	31.990
2	6.70	32.312
3	8.83	32.899
4	12.30	33.621
5	16.13	34.163
6	17.33	34.287
7	20.00	34.595
8	22.40	34.889

ثابت هابل به همراه خطا بر حسب کیلومتر بر ثانیه بر مگاپارسک چه قدر است؟

سؤال ۵ [**طرّاح: محمّدهادی ستوده**]: جدول ۵ نام و مختصات کنونی چند ستاره را نشان می‌دهد که در طول چند هزار سال آینده، می‌توانند قطب شمال آسمان (NCP) در نظر گرفته شوند.

جدول ۵

#	نام	$\alpha(^\circ)$	$\delta(^\circ)$
1	هرکول τ	245.1 ± 0.7	46.27 ± 0.08
2	HIP 111660	339.4 ± 2.1	75.467 ± 0.009
3	ثعبان	211.22 ± 0.04	64.30 ± 0.10
4	۱۳ شلیاق	284.0 ± 0.5	43.97 ± 0.06
5	HIP 62572	192.34 ± 0.08	83 ± 5
6	۲۶ دجاجه	300 ± 4	50.2 ± 2.7

میل کنونی قطب جنوب دستگاه دایرهٔ البروجی $\delta = -66^\circ.56 \pm 0^\circ.03$ است.

الف) برای هر داده، زاویه‌ی تمایل محوری زمین (ε) را به همراه خطا محاسبه کنید.

ب) با توجه به تمامی داده‌ها، زاویه‌ی تمایل محوری زمین (ε) را به همراه خطا گزارش کنید.

سؤال ۶ [**طرّاح: علی زینالی**]: سیاره‌ی Kepler-186f به تازگی کشف شده و نشانه‌هایی از حیات بر روی آن دیده می‌شود. پس از انجام آزمایش روی ساکنان این سیاره، داده‌های زیر را برای قد و سن آن‌ها به دست آورده‌ایم.

جدول ۶

#	سن (سال)	قد (متر)
1	21	6.5
2	25	5.8
3	37	4.6
4	41	4.4
5	45	4.2
6	49	4.0
7	57	3.7
8	65	3.5
9	73	3.3
10	85	3.1

برای این داده‌ها سه مدل زیر ارائه شده است:

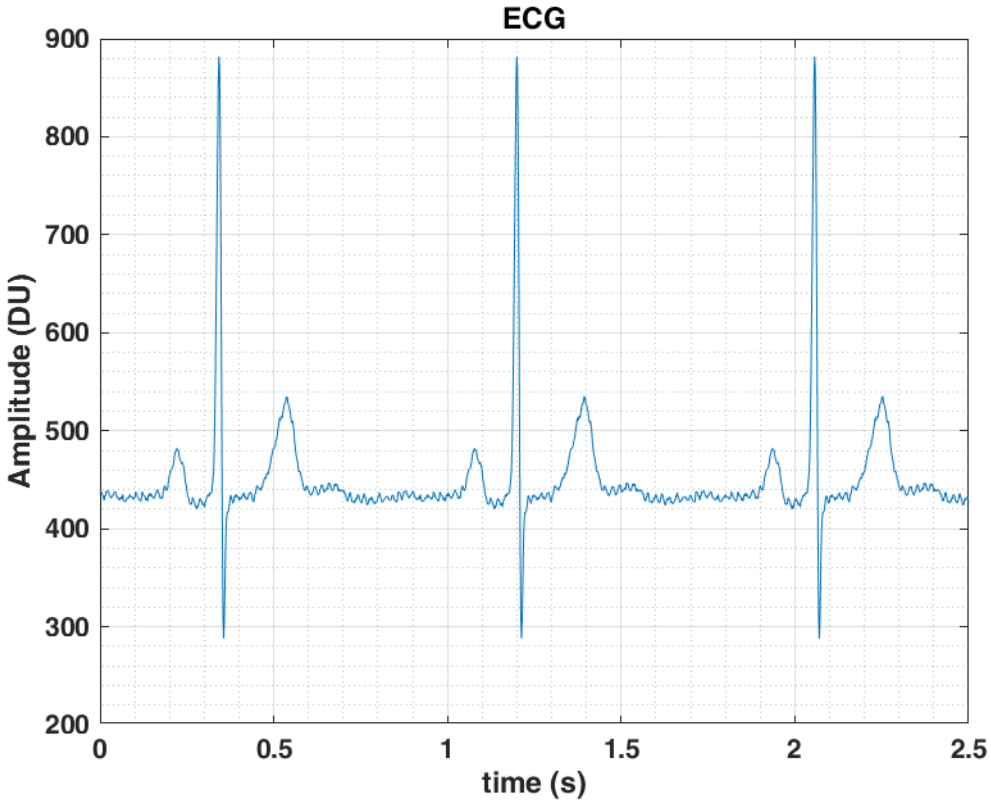
$$\mathrm{M}_{۱}: \quad \text{قد} = a \times \text{سن} + b$$

$$\mathrm{M}_{۲}: \quad \text{قد} = \frac{a}{\sqrt{\text{سن}}} + b$$

$$\mathrm{M}_{۳}: \quad \text{قد} = \frac{a}{\text{سن} + ۱} + b$$

با خطی سازی این مدل‌ها و انجام محاسبات لازم، تعیین کنید کدام مدل رابطه‌ی قد و سن این آدم‌فضایی‌ها را بهتر شبیه سازی می‌کند.

سؤال ۷ [**طرّاح: شهاب الدّین محین**]: در نمودار زیر سیگنال قلب یک آدم فضایی بیرون از منظومه شمسی داده شده است.



شکل ۱

الف) فاصله‌ی بین دو بیشینه‌ی سیگنال را به همراه خطا گزارش کنید.

ب) فرکانس متناظر با پاسخ قسمت الف را به همراه خطا گزارش کنید.

ج) ضربان قلب این فرد را بر حسب تپش بر دقیقه (bpm) به همراه خطا گزارش کنید.

د) اگر ضربان قلب واقعی این فرد $HR = 71$ bpm و فاقد خطا باشد، سرعت نسبی فرد را نسبت به ناظر زمینی به همراه خطا گزارش کنید. فرض کنید سرعت انتقال سیگنال برابر با سرعت نور است.

سؤال ۸ [**طرّاح: شهاب الدّین محین**]: در جدول زیر تعداد ستاره‌های قابل مشاهده در زاویه فضایی $\Omega = \frac{\pi}{4}\ \mathrm{sr}$ در جهتی دلخواه بر حسب فاصله داده شده است. نمودار این داده‌ها را در کاغذ مناسب رسم نمایید.

جدول ۷

#	$d\ (\mathrm{pc})$	N
1	1.46	1
2	2.15	5
3	4.37	19
4	5.82	67
5	8.34	421
6	10.10	1474
7	13.79	15374

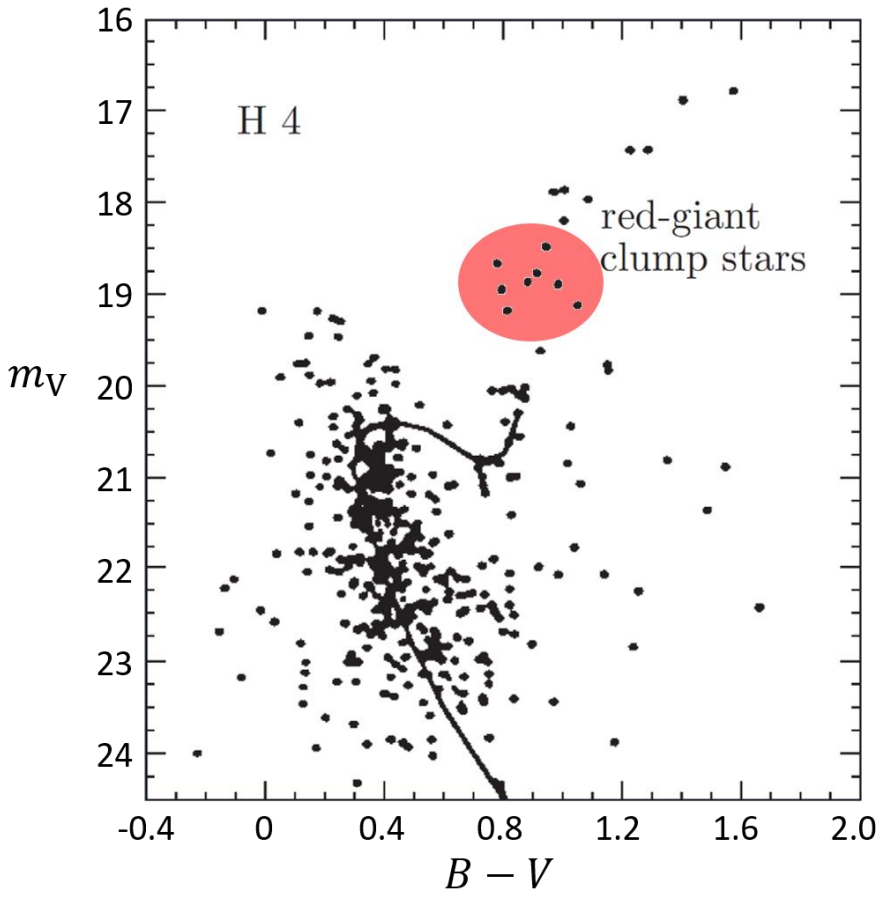
سؤال ۹ [**طرّاح: شهاب الدّین محین**]: در یک سایت راداری مربوط به پایش اطلاعات ماهواره‌ای، مختصات افقی تعدادی از ماهواره‌های بالای افق مطابق جدول زیر می‌باشد. نمودار قطبی آن را رسم نمایید.

جدول ۸

#	ارتفاع (a)	سمت (A)
1	$25° 35.421'$	$173° 42.233'$
2	$47° 19.373'$	$214° 26.220'$
3	$75° 26.194'$	$286° 37.270'$
4	$71° 37.218'$	$355° 40.138'$
5	$66° 29.773'$	$74° 13.115'$
6	$38° 45.912'$	$113° 45.598'$

سؤال ۱۰ [طرّاح: محمّدهادی ستوده]:

شکل زیر نمودار H-R خوشه‌ی ستاره‌ای H4 را نشان می‌دهد که در کهکشان کوتوله‌ی بیضی‌گون کوره قرار گرفته است. بر روی نمودار ناحیه‌ی موسوم به توده‌ی غول سرخ[۱] مشخص شده است. در این ناحیه ستارگان کم‌جرمی که در حال هلیوم‌سوزی در هسته اند و فلزیت بالایی دارند، قرار می‌گیرند و تقریباً ویژگی‌های یکسانی پیدا می‌کنند.



شکل ۲ - نمودار H-R خوشه‌ی H4

با توجه به نمودار به قسمت‌های زیر پاسخ دهید. در تمامی بخش‌ها کمیت نهایی را به همراه خطا گزارش کنید.

الف) B-V و قدر ظاهری یک ستاره‌ی نوعی توده‌ی غول سرخ چه قدر است؟

ب) با فرض این که فاصله‌ی خوشه‌ی H4 از ما ۱۳۸ ± ۸ کیلوپارسک است، قدر مطلق یک ستاره‌ی نوعی توده‌ی غول سرخ را تعیین کنید.

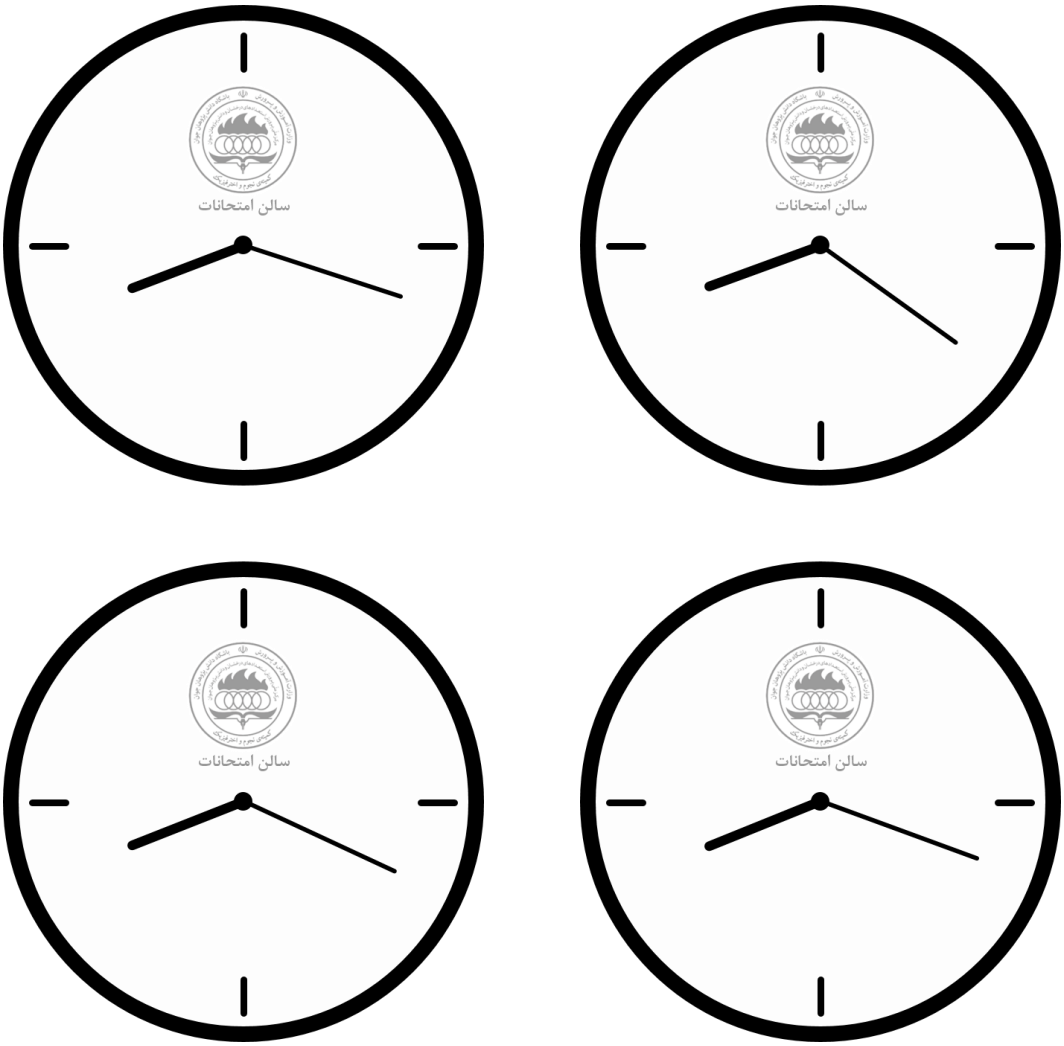
ج) شعاع یک ستاره‌ی نوعی توده‌ی غول سرخ چه قدر است؟ رابطه‌ی بایستروس[۲] میان B-V و دما وجود دارد:

$$T = ۴۶۰۰\ \mathrm{K}\left(\frac{۱}{۰/۹۲(B-V)+۱/۷۰}+\frac{۱}{۰/۹۲(B-V)+۰/۶۲}\right)$$

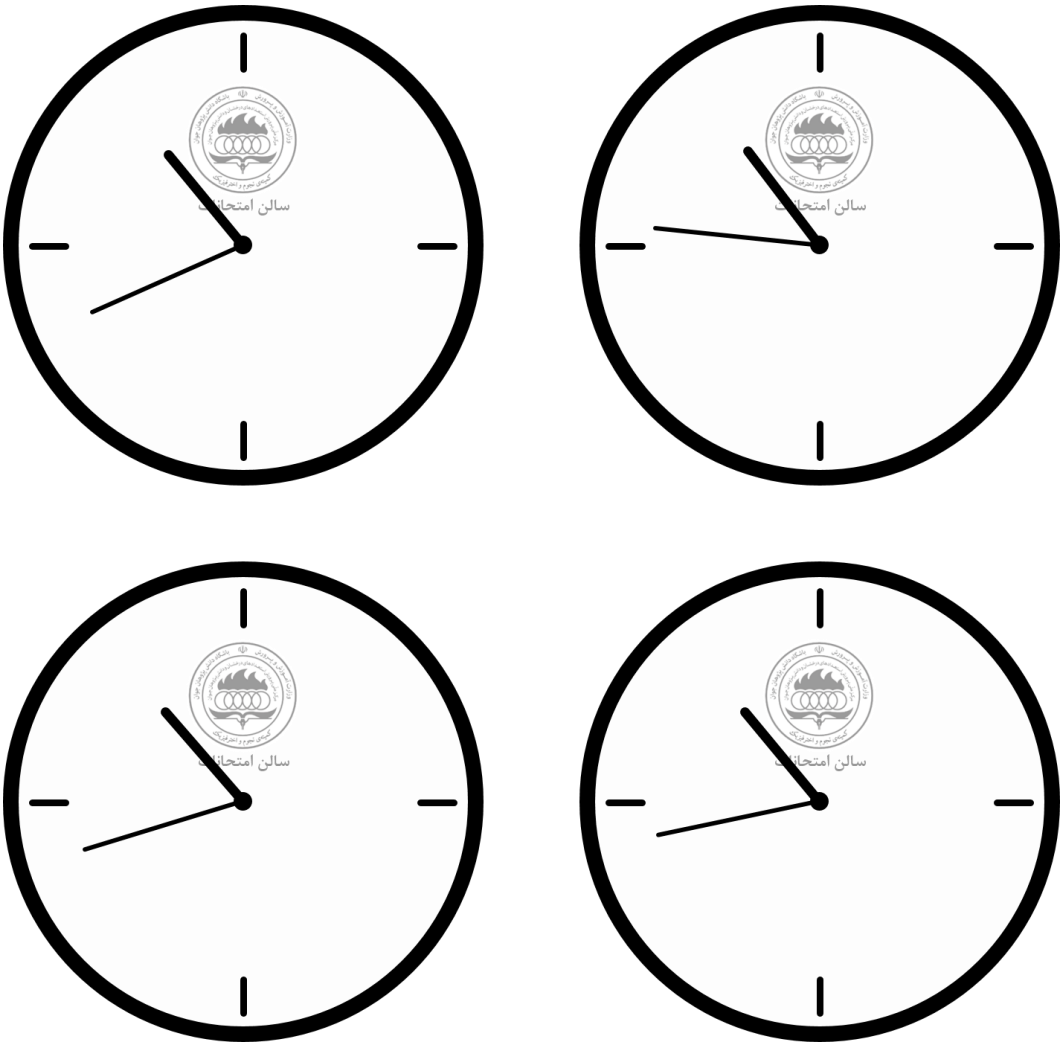
[۱] Red-giant Clump

[۲] Ballesteros' Formula

سؤال ۱۱ [**طرّاح: محمّدهادی ستوده**]: فرض کنید در پایان دوره‌ی تابستانه، شما موفّق به کسب مدال طلا شده‌اید و در اوایل اسفند ماه ۱۳۹۷ در جلسه‌ی آزمون مفاهیم پایه‌ی تحلیل داده در دوره‌ی انتخابی تیم در باشگاه دانش‌پژوهان جوان هستید. برای نشان دادن زمان، سالن امتحانات مجهز به ۴ ساعت شده است. شما در دو لحظه‌ی متفاوت، به هر ۴ ساعت نگاه کرده و تصاویر زیر را مشاهده می‌کنید.



شکل ۳ - تصویر مشاهده شده از ساعت‌ها در اوّلین لحظه



شکل ۴ - تصویر مشاهده شده از ساعت‌ها در دوّمین لحظه

در تمامی بخش‌ها کمیت نهایی را به همراه خطا گزارش کنید.

الف) در هر لحظه، ساعت چند است؟

ب) از لحظه‌ی اول تا لحظه‌ی دوم، چه فاصله‌ی زمانی (بر حسب دقیقه) سپری شده است؟

سؤال ۱۲ [طرّاح: علی زینالی]: کاوشگر کنجکاوی[۱] هنگام فرود بر سیاره‌ی مرّیخ در تاریخ ۱۶ مرداد ۱۳۹۱، داده‌های زیر را از چگالی هوای اطراف خود بر حسب زمان گزارش داده است.

جدول ۹

#	زمان ($0.1s$)	چگالی (واحد قراردادی)
1	0.39	22.0
2	1.18	4.43
3	1.97	24.3
4	3.54	25.7
5	3.93	26.5
6	5.51	27.4
7	5.90	27.6
8	7.08	64.8
9	7.86	28.9
10	8.65	28.8
11	9.83	29.5

الف) انحراف معیار را برای مقادیر چگالی حساب کنید.

ب) نمودار چگالی بر حسب زمان را رسم کنید.

ج) داده‌های پرت را مشخص کنید.

د) انحراف معیار داده‌های تمیز شده (داده‌های حاصل از حذف داده‌های پرت) را به دست آورید.

سؤال ۱۳ [طرّاح: شهاب الدّین محین]: برای یک CCD با تعداد پیکسل‌های ۴۰۹۶ × ۴۰۹۶ نمودار فراوانی نسبی تجمعی شماره[۲]های تصویر مطابق شکل ارائه شده در پیوست است (طول بازه = ۱).

الف) با فرض این که هیستوگرام را برای این CCD با طول بازه‌ی ۱ رسم کرده‌ایم، بیشینه‌ی نمودار دقیقاً در چه شماره‌ای اتّفاق می‌افتد؟ روش خود را در یک خط توضیح دهید.

ب) برای این داده‌ها، هیستوگرام را طبق بازه‌های جدول مقابل رسم نمایید.

جدول ۱۰ - بازه‌های هیستوگرام

#	بازه
1	[1650,1700)
2	[1700,1750)
3	[1750,1800)
4	[1800,1850)
5	[1850,1900)
6	[1900,1950]

[۱] Curiosity

[۲] Count

سؤال ۱۴ [طرّاح: علی زینالی]: داده‌های جدول زیر را در نظر بگیرید.

جدول ۱۱

#	x	y
1	1	8.30×10^0
2	3	5.24×10^1
3	5	3.86×10^2
4	9	2.11×10^4
5	10	5.73×10^4
6	13	1.15×10^6
7	14	3.13×10^6
8	15	8.50×10^6
9	16	2.31×10^7
10	18	1.71×10^8

فرض کنید که این داده‌ها از رابطه‌ی $y = ae^x + be^{-x}$ پیروی می‌کنند.

الف) با استفاده از روش کمترین مربعات (کمینه کردن خطا[۱]) برای همین رابطه، روابطی برای a و b به دست آورید.

ب) با توجه به قسمت الف، مقادیر a و b را به دست آورید.

ج) میزان خطا[۱]ی روش کمترین مربعات را با توجه به a و b به دست آمده به دست آورید.

سؤال ۱۵ [طرّاح: علی زینالی]: با توجه به سؤال ۱۴، به قسمت‌های زیر پاسخ دهید.

الف) رابطه داده شده را خطی کنید.

ب) با توجه به قسمت الف، مقادیر a و b را به دست آورید.

ج) مقدار خطا[۱]ی روش کمترین مربعات را برای عبارت خطی شده و با استفاده از شیب و عرض از مبدأ حساب شده محاسبه کنید.

[۱] Error

روابط برازش خطّ راست

$$\boldsymbol{y = A + Bx}$$

$$d_i = y_i - (A + Bx_i)$$

$$B = \frac{\sum_{i=۱}^{N} y_i(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲} \qquad A = \bar{y} - B\bar{x}$$

$$(\Delta B)^۲ \approx \frac{۱}{\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲} \frac{\sum_{i=۱}^{N} d_i^۲}{N - ۲}$$

$$(\Delta A)^۲ \approx \left(\frac{۱}{N} + \frac{\bar{x}^۲}{\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲}\right) \frac{\sum_{i=۱}^{N} d_i^۲}{N - ۲}$$

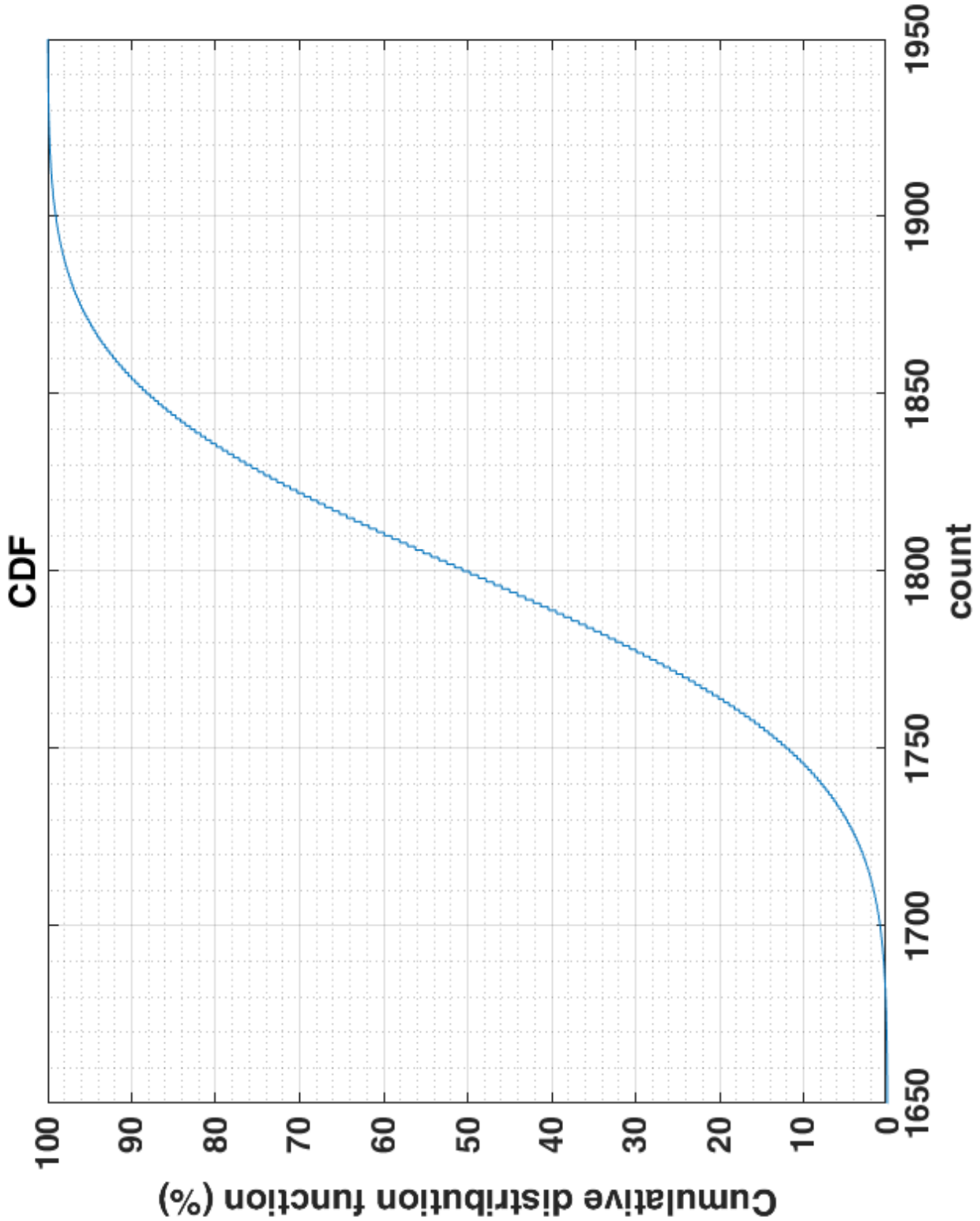
$$\boldsymbol{y = Bx}$$

$$d_i = y_i - Bx_i$$

$$B = \frac{\sum_{i=۱}^{N} x_i y_i}{\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲}$$

$$(\Delta B)^۲ \approx \frac{۱}{\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲} \frac{\sum_{i=۱}^{N} d_i^۲}{N - ۱}$$

نمودار سؤال ۱۳



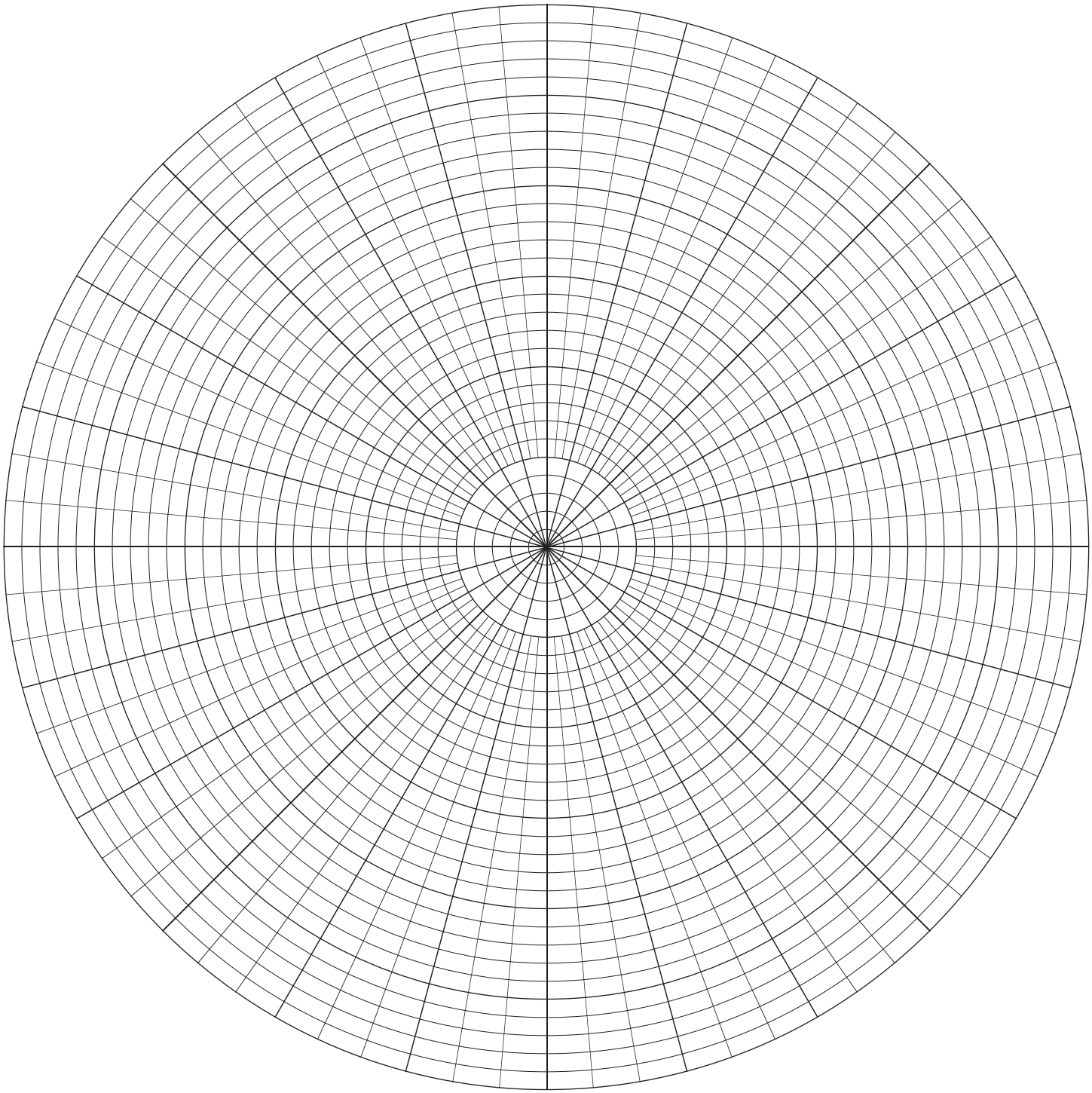
راهنمایی برای سؤال ۵

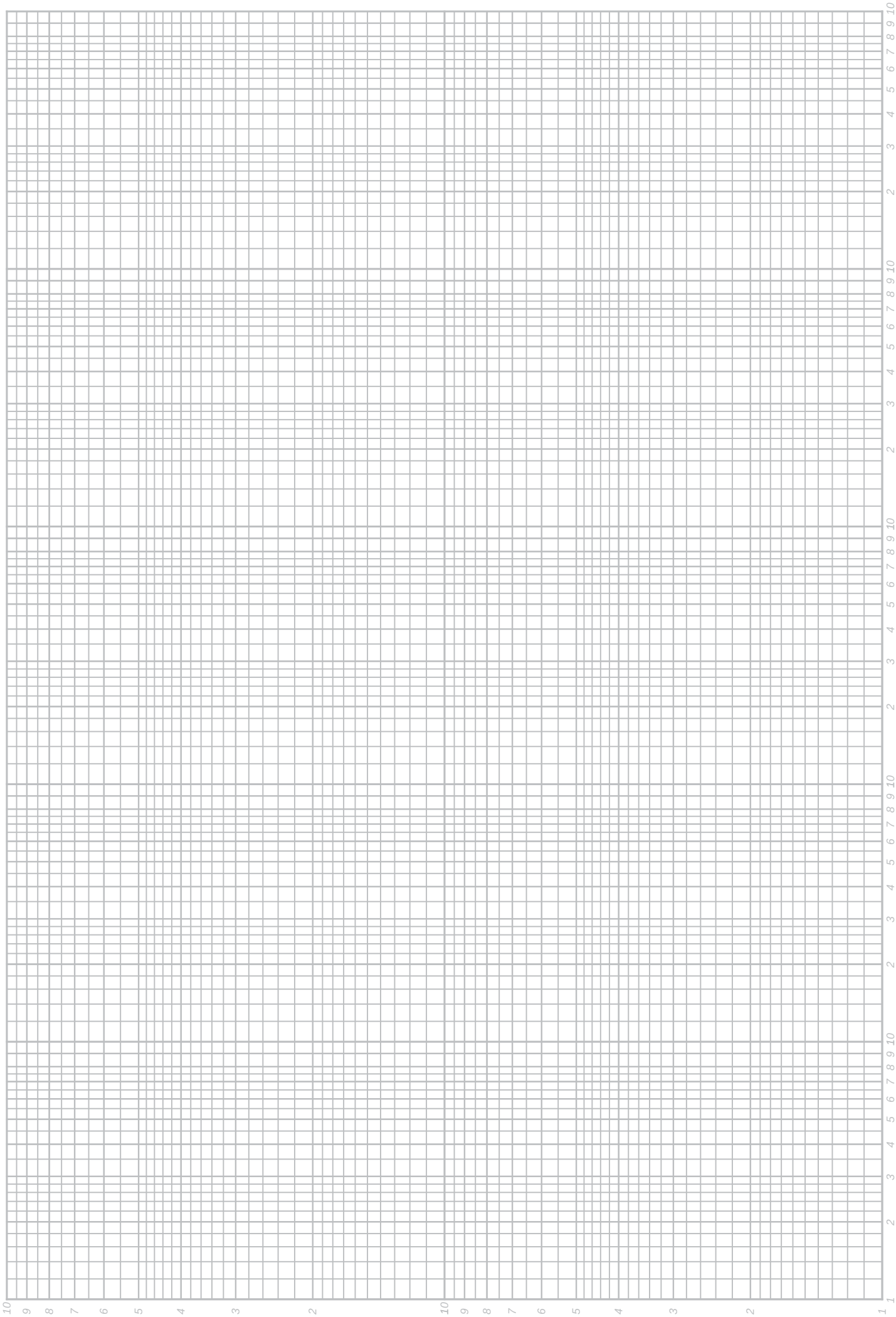
- ✓ بعد کنونی قطب جنوب دستگاه دایرهٔ البروجی دقیقاً معلوم است.

- ✓ روابط محاسبه‌ی میانگین و خطا در اندازه‌گیری مرکب:

$$\mathrm{X} \pm \sigma \approx \frac{\sum_{i=۱}^{n} \frac{۱}{\sigma_i^۲} x_i}{\sum_{i=۱}^{n} \frac{۱}{\sigma_i^۲}} \pm \sqrt{\frac{۱}{\sum_{i=۱}^{n} \frac{۱}{\sigma_i^۲}}}$$

σ_i خطای داده‌ی iاُم است.





بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملّی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی(ره)»

چهاردهمین دوره‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون‌های پایانی

آزمون تحلیل داده ۱

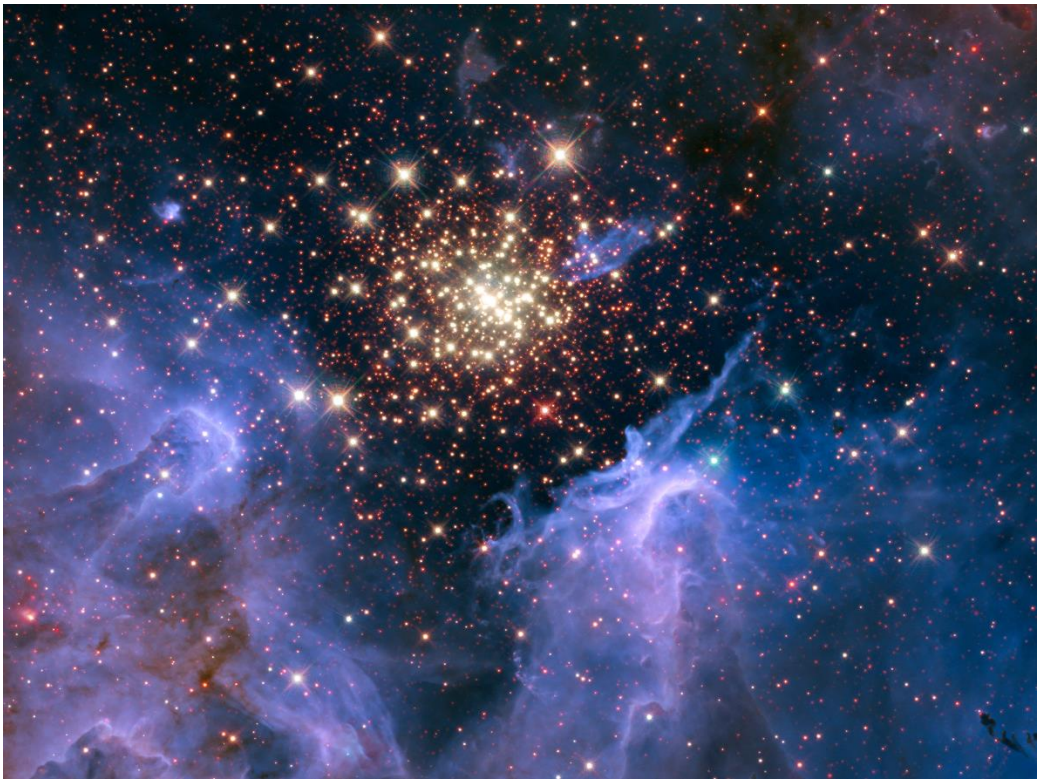
(۱۲ شهریور ۱۳۹۷ - ساعت ۸:۰۰ تا ۱۲:۳۰)

توجه: بارم سؤالات متفاوت است.

این صفحه عمداً خالی گذاشته شده است.

گاز و غبار در منظومه‌ی فراخورشیدی (۱۴۰ نمره) [طرّاح: روزبه قادری و محمّدهادی ستوده]

در کهکشان‌هایی که آهنگ ستاره‌زایی زیادی دارند، اکثر ستارگان به صورت گروهی در سحابی‌های ستاره‌زا[۱] متولد می‌شوند. هر کدام از ستارگان در هنگام تولد، بخشی از ماده‌ی موجود در سحابی را به سمت خود جذب می‌کند. در نتیجه حول هر ستاره، ابری متقارن از جنس گاز و غبار شکل می‌گیرد.



شکل ۱ – سحابی ستاره‌زای NGC3603 (تلسکوپ فضایی هابل)

به تازگی با نورسنجی منظومه‌ی جوان HDBKF_S_GB_42، ۱۰ سیاره‌ی نسبتاً بزرگ کشف شده است که در مدارهای دایره‌ای به دور ستاره‌ی مرکزی می‌گردند. این سیارات صفحه‌ی مداری مشترکی دارند که زاویه‌ی تمایل آن بسیار نزدیک به ۹۰° است. هم‌چنین تحلیل طیفی نشان می‌دهد که ابری با پروفایل چگالی

$$\rho(r) = \rho_{۰}\left(\frac{r}{R_{*}}\right)^{-۲}\left(\frac{r}{R_{*}} - ۱\right)^{\alpha} \qquad r > R_{*}$$

در این منظومه قرار گرفته است. r فاصله از ستاره‌ی مرکزی و $R_{*} = ۳/۵\, R_{\odot}$ شعاع ستاره‌ی مرکزی است. ضخامت اپتیکی ابر به قدری کم است که ستاره‌ی مرکزی و سیاره‌های منظومه قابل مشاهده هستند.

---

[۱] Star-forming Nebula

تصاویر پیوست، منحنی نوری سیاره‌های منظومه‌ی HDBKF_S_GB_42 هستند. مدت زمان عبور[۱] سیاره‌های فراخورشیدی نسبت به دوره‌ی تناوب آن‌ها اندک است؛ پس امکان نمایش دو عبور متوالی در منحنی‌های نوری وجود نداشته است. جدول ۱ فاصله‌ی زمانی بین دو کمینه‌ی نوری متوالی (Δt) را برای هر سیاره نشان می‌دهد.

جدول ۱

#	Δt (روز)
1	130.0
2	466.6
3	944.4
4	1490.6
5	2226.5
6	2989.8
7	3605.9
8	4372.0
9	5747.1
10	8031.8

سؤال ۱: نمودار سرعت مداری بر حسب شعاع مداری سیاره‌ها را به صورت تکه‌خطی رسم کنید.

سؤال ۲: نمودار جرم داخل مدار هر سیاره بر حسب شعاع مداری را به صورت تکه‌خطی رسم کنید. با توجه به نمودار، جرم ستاره‌ی مرکزی کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟

$۲/۰۰\ M_\odot$ $۴/۰۰\ M_\odot$ $۶/۰۰\ M_\odot$

$۸/۰۰\ M_\odot$ $۱۰/۰۰\ M_\odot$ $۱۲/۰۰\ M_\odot$

سؤال ۳: شعاع و جرم ابر را از روی نمودار سؤال ۲ برآورد کنید.

سؤال ۴: با برازش خط، $\rho_\circ$ و α را به همراه خطا گزارش کنید.

سؤال ۵: مطالعه‌ای دیگر بر روی این منظومه نشان می‌دهد که توزیع جرمی ابر، تا شعاع $(۱۰/۸ \pm ۰/۳)$ AU ادامه دارد. بر این اساس، جرم ابر را به همراه خطا محاسبه کنید.

[۱] Transit Duration (به مدت زمانی گفته می‌شود که سیاره از مقابل ستاره‌ی مرکزی گذر می‌کند.)

گروهی از دانشمندان سیاره‌شناس، قصد بررسی منظومه‌ی HDBKF_S_GB_42 را دارند. این دانشمندان ضمن بهره‌گیری از منحنی‌های نوری پیوست شده، با بررسی منحنی سرعت شعاعی ستاره‌ی مرکزی، جرم سیاره‌ها را محاسبه کرده‌اند (جدول ۲).

جدول ۲ – جرم سیاره‌های منظومه‌ی HDBKF_S_GB_42

#	جرم سیاره (M_J)
1	0.518
2	0.429
3	0.471
4	0.553
5	0.466
6	0.508
7	0.711
8	1.132
9	1.184
10	1.289

سؤال ۶: با استفاده از منحنی‌های نوری، شعاع هر سیاره را به دست آورید.

همه‌ی سیاره‌های این منظومه جزء سیارات سنگین هستند. برای این سیارات رابطه‌ی $M = AR^B$ بین جرم و شعاع وجود دارد.

سؤال ۷: با برازش خط، A و B را محاسبه کنید.

سؤال ۸: با فرض این که چگالی جرمی هر سیاره مقدار ثابتی است، کدام سیاره یا سیاره‌ها شرایط مناسبی برای پیدایش حیات دارند؟

تحوّل و سرانجام ستارگان تپنده (۱۰۰ نمره) [طرّاح: علی زینالی]

ستارگان SH_00، گونه‌ای از ستارگان تپنده هستند که رفتارهای جالبی از خود نشان می‌دهند. جدول ۳، جرم و درخشندگی ۱۰ نمونه از این ستاره‌ها را نشان می‌دهد.

جدول ۳ – جرم و درخشندگی ستارگان SH_00

#	$M\ (M_\odot)$	$L\ (L_\odot)$
1	0.8	0.90
2	1.1	2.05
3	1.3	3.16
4	1.6	5.43
5	2.2	12.43
6	2.4	15.58
7	2.8	23.27
8	3.6	44.72
9	3.9	55.07
10	4.4	75.35

سؤال ۹: نمودار مربوط به جدول ۳ را در کاغذ لگاریتمی رسم کنید.

سؤال ۱۰: ثوابت رابطه‌ی جرم-درخشندگی ستارگان SH_00 را که به فرم $L = CM^{\alpha}$ است بیابید. منحنی برازش شده را روی نمودار سؤال ۹ نشان دهید.

ستاره‌ی SH_00_12442 یکی از ستارگان SH_00 است که در فاصله‌ی ۳/۴ کیلوپارسکی از ما قرار دارد و شار دریافتی آن $F = ۳/۱۶ \times ۱۰^{-۱۴}\ \mathrm{W/m^۲}$ اندازه‌گیری شده است.

سؤال ۱۱: جرم و درخشندگی ستاره‌ی SH_00_12442 چه قدر است؟

مدل‌سازی‌ها نشان می‌دهند که ستارگان SH_00 پس از شکل‌گیری، دو مرحله‌ی تحول و مرگ را سپری می‌کنند.

مرحله‌ی تحول

مرحله‌ی تحول که بخش اصلی زندگی ستارگان SH_00 محسوب می‌شود، شامل چهار دوره است. در ابتدای دوره‌ی اول، ستاره به طور اتفاقی در یکی از حالت‌های نوسانی سکون، انبساط یا انقباض قرار گرفته و نوسان می‌کند. پس از پایان هر دوره ممکن است حالت نوسانی ستاره تغییر کند. نمودار زیر، نمونه‌ای از مرحله‌ی تحول یک ستاره را نشان می‌دهد.

انقباض ← سکون ← سکون ← انبساط

ستارگان SH_00 در سه دسته‌ی کلی طبقه‌بندی می‌شوند. در جدول‌های ۴ تا ۶، مشخص شده است که در پایان هر دوره‌ی نوسانی، احتمال گذار از حالت A به حالت B برای هر دسته چه قدر است.

جدول ۴ – احتمال گذار برای دسته‌ی اول

B / A	سکون	انبساط	انقباض
سکون	0.2	0.3	0.5
انبساط	0.4	0.2	0.4
انقباض	0.6	0.3	0.1

جدول ۵ – احتمال گذار برای دسته‌ی دوم

B / A	سکون	انبساط	انقباض
سکون	0.1	0.6	0.3
انبساط	0.2	0.4	0.4
انقباض	0.3	0.4	0.3

جدول ۶ – احتمال گذار برای دسته‌ی سوم

B / A	سکون	انبساط	انقباض
سکون	0.4	0.3	0.3
انبساط	0.3	0.4	0.3
انقباض	0.3	0.3	0.4

برای مثال، هنگامی که ستارگان دسته‌ی دوم در حالت انبساط قرار دارند، با احتمال ۰/۲ در دوره‌ی نوسانی بعدی به حالت سکون می‌روند. یا مثلاً وقتی ستارگان دسته اول در حالت سکون هستند، با احتمال ۰/۵ در دوره‌ی نوسانی بعدی به حالت انقباض می‌روند و با احتمال ۰/۲ در حالت سکون باقی می‌مانند.

سؤال ۱۲: ستاره‌ی SH_00_12442 دوره‌های نوسانی زیر را در مرحله‌ی تحول سپری کرده است.

انبساط ← انقباض ← انبساط ← سکون

الف) اگر این ستاره جزء دسته‌ی اول باشد، احتمال رخداد الگوی نوسانی بالا چه قدر است؟

ب) اگر این ستاره جزء دسته‌ی دوم باشد، احتمال رخداد الگوی نوسانی بالا چه قدر است؟

ج) اگر این ستاره جزء دسته‌ی سوم باشد، احتمال رخداد الگوی نوسانی بالا چه قدر است؟

راهنمایی: در گذار از حالت نوسانی A به حالت نوسانی B، احتمال گذار تنها به A وابسته است.

مرحله‌ی مرگ

به طور کلی، ستارگان در پایان عمر خود به سیاه‌چاله، ستاره‌ی نوترونی و یا کوتوله‌ی سفید تبدیل می‌شوند. سرانجامِ ستارگان SH_00، وابسته به جرم و دسته‌ی ستاره است. در جدول‌های ۷ تا ۹، احتمال وقوع هر کدام از حالت‌های پایانی برای دسته‌های مختلف داده شده است. M جرم ستاره بر حسب جرم خورشید است.

جدول ۷ – احتمال وقوع حالت‌های پایانی برای دسته‌ی اول

حالت مرگ	احتمال وقوع
سیاه‌چاله	$\frac{۴M^۲}{۴M^۲ + ۳M + M}$
ستاره‌ی نوترونی	$\frac{۳M}{۴M^۲ + ۳M + M}$
کوتوله‌ی سفید	$\frac{M}{۴M^۲ + ۳M + M}$

جدول ۸ – احتمال وقوع حالت‌های پایانی برای دسته‌ی دوم

حالت مرگ	احتمال وقوع
سیاه‌چاله	$\frac{۲M}{۲M + M^۲ + \sqrt{M}}$
ستاره‌ی نوترونی	$\frac{M^۲}{۲M + M^۲ + \sqrt{M}}$
کوتوله‌ی سفید	$\frac{\sqrt{M}}{۲M + M^۲ + \sqrt{M}}$

جدول ۹ – احتمال وقوع حالت‌های پایانی برای دسته‌ی سوم

حالت مرگ	احتمال وقوع
سیاه‌چاله	۰/۳
ستاره‌ی نوترونی	۰/۳
کوتوله‌ی سفید	۰/۴

تا کنون ۱۲۷۳۷۹ ستاره‌ی SH_00 کشف شده است که از این میان، ۵۱۶۲۹ ستاره در دسته‌ی اول و ۴۸۹۳۲ ستاره در دسته‌ی دوم قرار داشته‌اند.

سؤال ۱۳: با توجه به مشاهدات انجام شده برای چهار دوره‌ی نوسانی ستاره‌ی SH_00_12442،

الف) احتمال این که این ستاره در پایان عمر خود به سیاه‌چاله تبدیل شود چه قدر است؟

ب) احتمال این که این ستاره در پایان عمر خود به ستاره‌ی نوترونی تبدیل شود چه قدر است؟

راهنمایی ۱: برای حل قسمت الف طبق مراحل زیر عمل کنید:

۱) بر اساس مشاهدات انجام شده، محاسبه کنید احتمال حضور ستاره در هر دسته (اول، دوم یا سوم) چه قدر است.

۲) با کمک مقادیر بالا حساب کنید ستاره با چه احتمالی به سیاه‌چاله تبدیل می‌شود. مثلاً ستاره با احتمال خاصی در دسته‌ی اول قرار می‌گیرد و سپس با توجه به جدول ۷ با احتمالی دیگر به سیاه‌چاله تبدیل می‌شود و ...

راهنمایی ۲: فرض کنید A، B و C سه پدیده باشند که با یک‌دیگر اشتراک ندارند و اجتماع آن‌ها همه‌ی حالت‌ها را پوشش می‌دهد. برای پدیده‌ی Z داریم:

$$P(Z) = P(Z|A)P(A) + P(Z|B)P(B) + P(Z|C)P(C)$$

$$P(Z|X) = P(Z|A,X)P(A|X) + P(Z|B,X)P(B|X) + P(Z|C,X)P(C|X)$$

$P(Z|A,X)$ یعنی احتمال رخ دادن Z به شرط رخ دادن A و X

سؤال ۱۴: با توجه به تمامی نتایج به دست آمده، پیش‌بینی شما از سرانجامِ ستاره‌ی SH_00_12442 کدام مورد است؟

سیاه‌چاله　　ستاره‌ی نوترونی　　کوتوله‌ی سفید

ثوابت فیزیکی و نجومی

کمیت		مقدار	
G	ثابت جهانی گرانش	$\mathrm{m^3\ s^{-2}\ kg^{-1}}$	$۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱}$
pc	پارسک	m	$۳/۰۹ \times ۱۰^{۱۶}$
AU	واحد نجومی	m	$۱/۵۰ \times ۱۰^{۱۱}$
$L_\odot$	درخشندگی خورشید	W	$۳/۸۵ \times ۱۰^{۲۶}$
$M_\odot$	جرم خورشید	kg	$۱/۹۹ \times ۱۰^{۳۰}$
$R_\odot$	شعاع خورشید	m	$۶/۹۶ \times ۱۰^{۸}$
$M_\oplus$	جرم زمین	kg	$۵/۹۷ \times ۱۰^{۲۴}$
M_J	جرم مشتری	kg	$۱/۹۰ \times ۱۰^{۲۷}$
	شبانه‌روز خورشیدی	s	۸۶۴۰۰

روابط برازش خطّ راست

$y = A + Bx$

$$d_i = y_i - (A + Bx_i)$$

$$B = \frac{\sum_{i=۱}^{N} y_i\,(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=۱}^{N} (x_i - \bar{x})^۲} \qquad A = \bar{y} - B\bar{x}$$

$$(\Delta B)^۲ \approx \frac{۱}{\sum_{i=۱}^{N} (x_i - \bar{x})^۲} \frac{\sum_{i=۱}^{N} d_i^۲}{N - ۲}$$

$$(\Delta A)^۲ \approx \left(\frac{۱}{N} + \frac{\bar{x}^۲}{\sum_{i=۱}^{N} (x_i - \bar{x})^۲} \right) \frac{\sum_{i=۱}^{N} d_i^۲}{N - ۲}$$

$y = Bx$

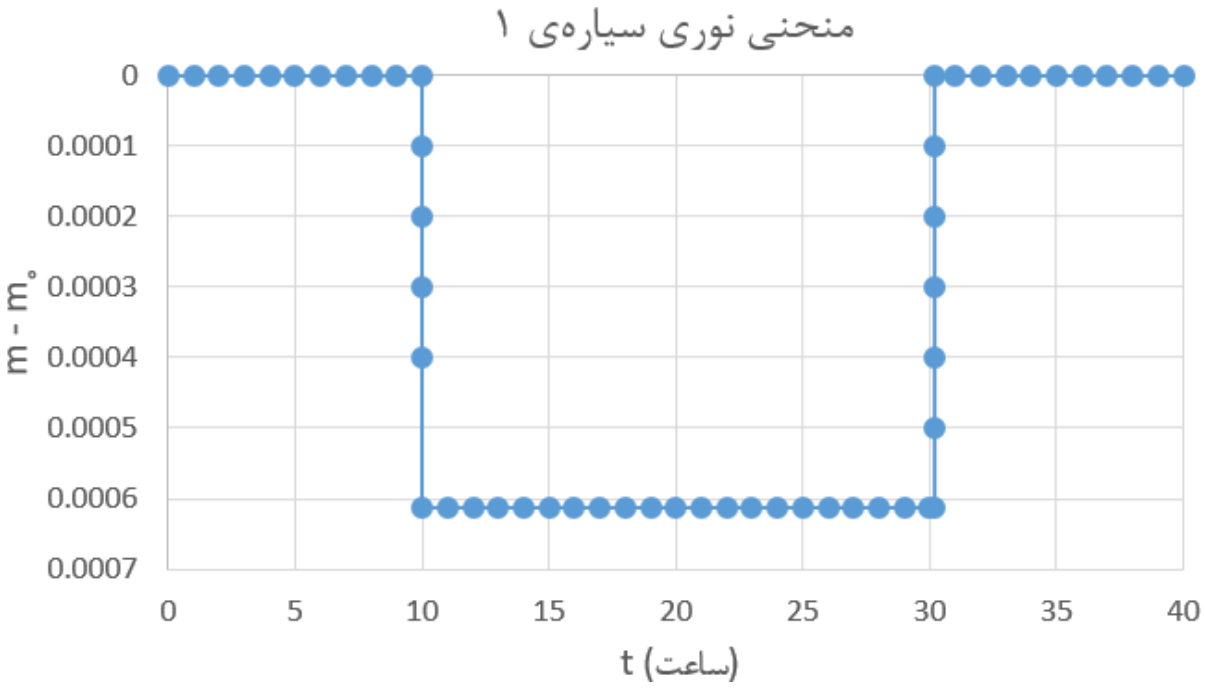
$$d_i = y_i - Bx_i$$

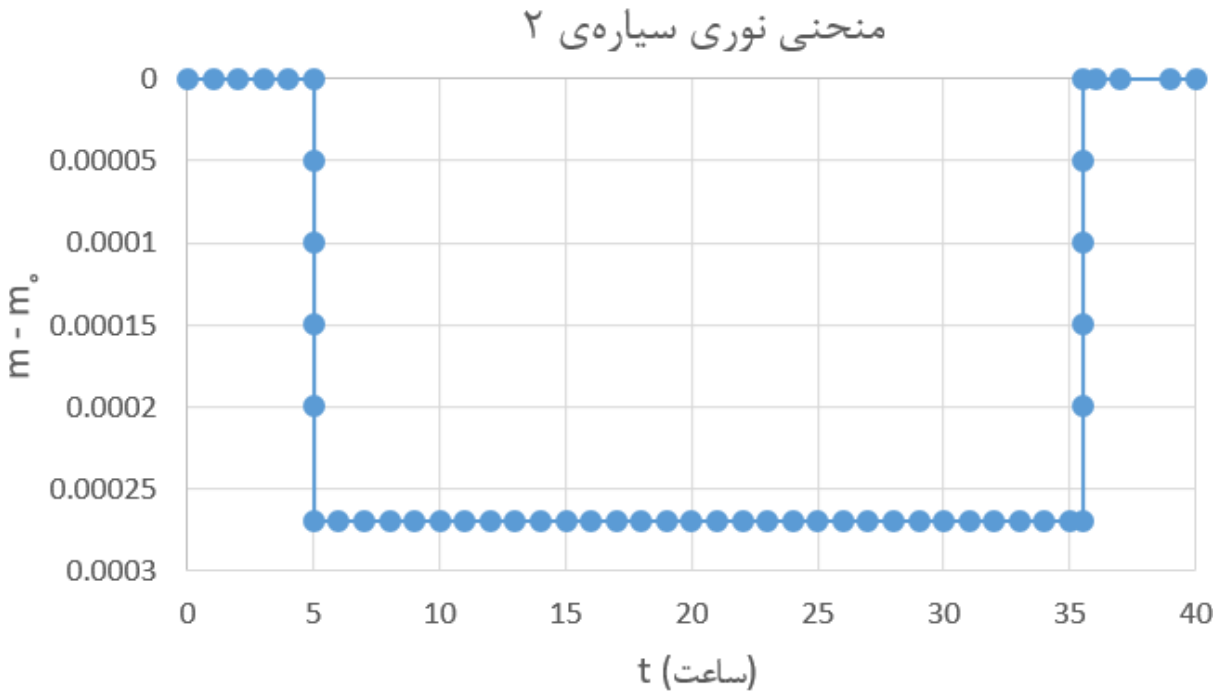
$$B = \frac{\sum_{i=۱}^{N} x_i y_i}{\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲}$$

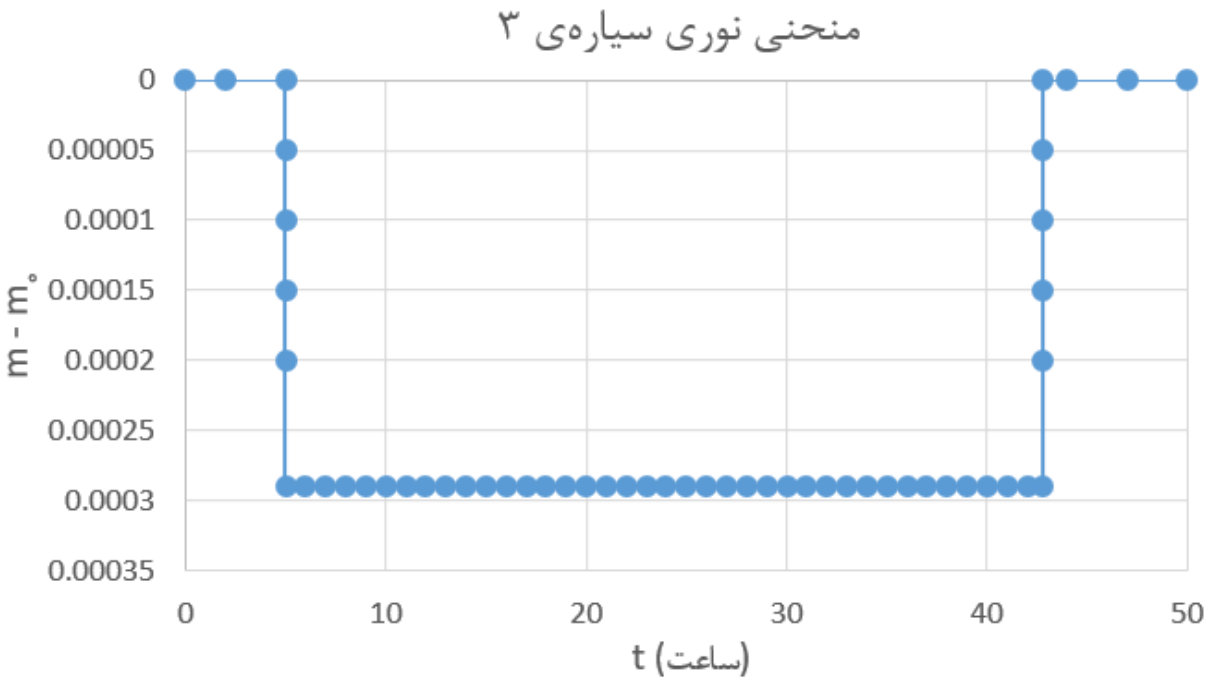
$$(\Delta B)^۲ \approx \frac{۱}{\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲} \frac{\sum_{i=۱}^{N} d_i^۲}{N - ۱}$$

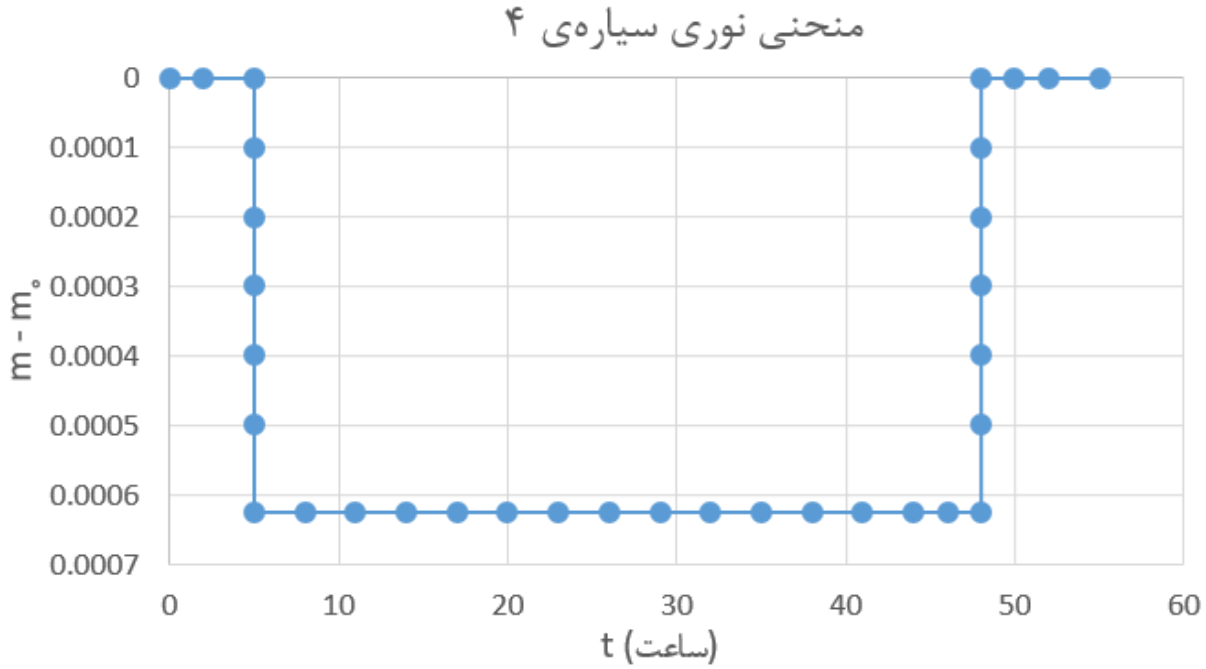
منحنی‌های نوری مربوط به بخش اوّل

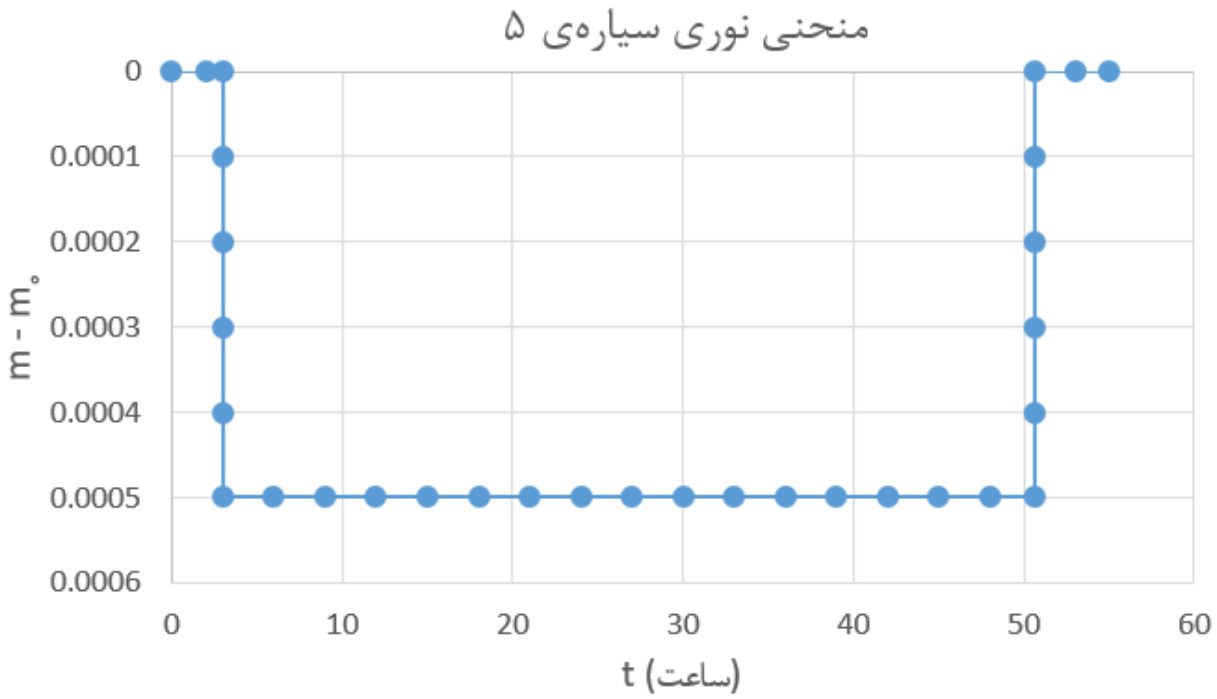
m_0 قدر ظاهری ستاره‌ی مرکزی منظومه‌ی HDBKF_S_GB_42 است.

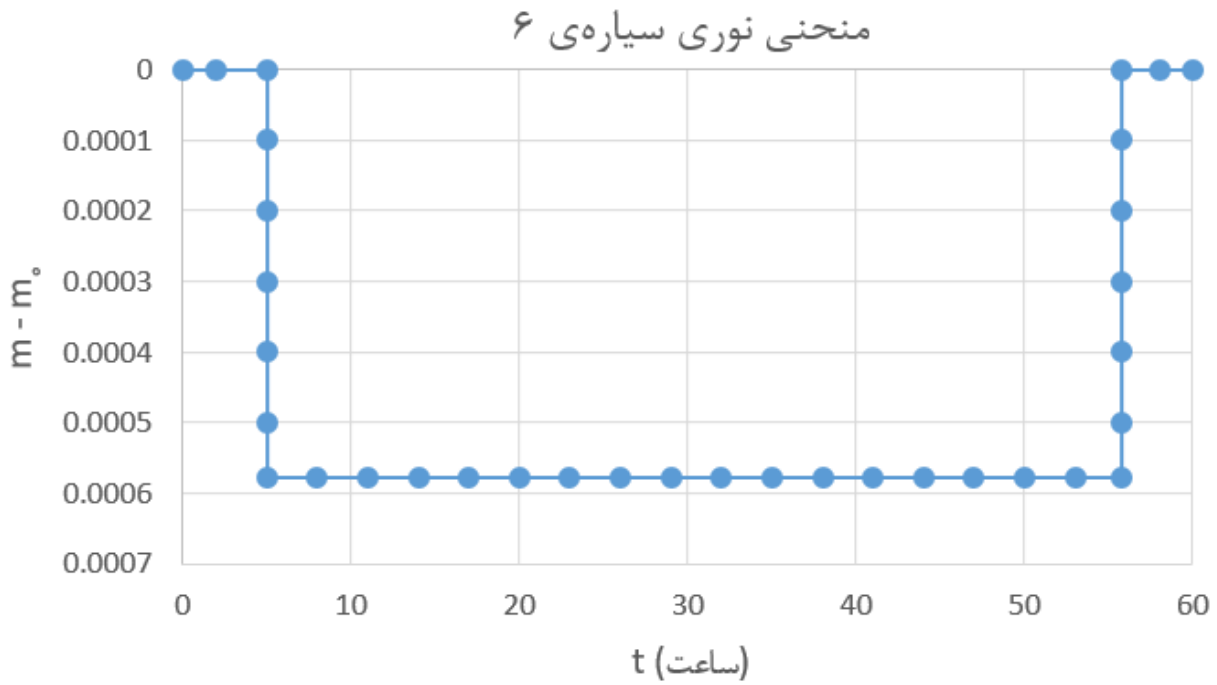


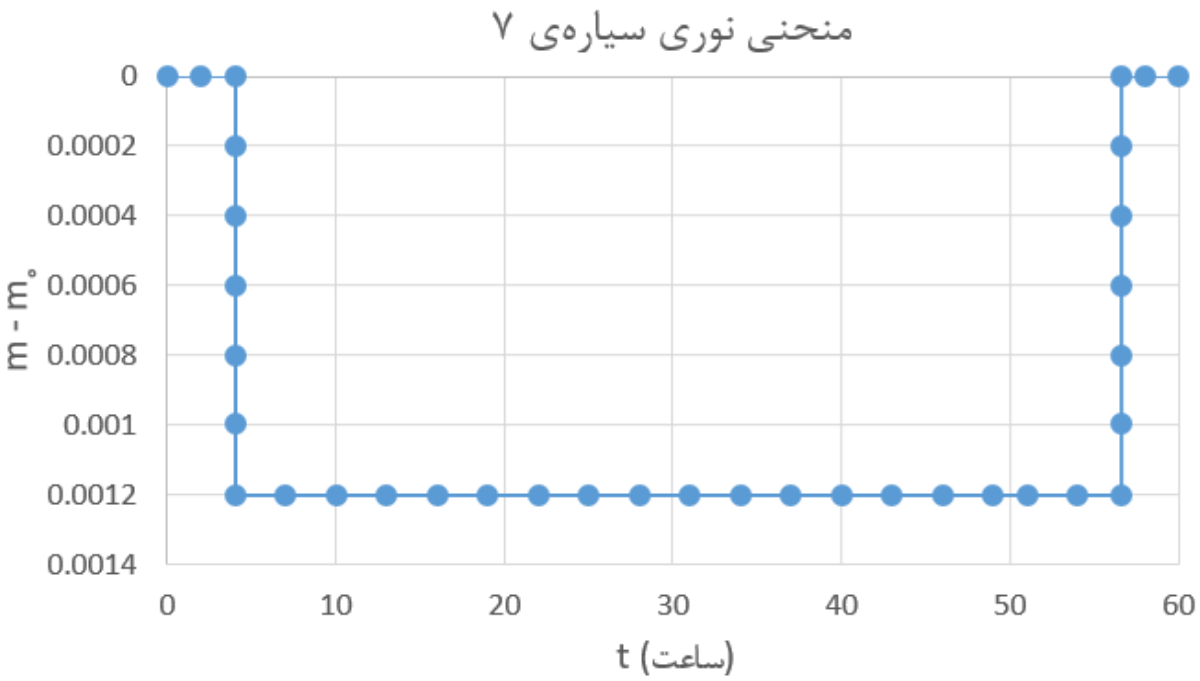


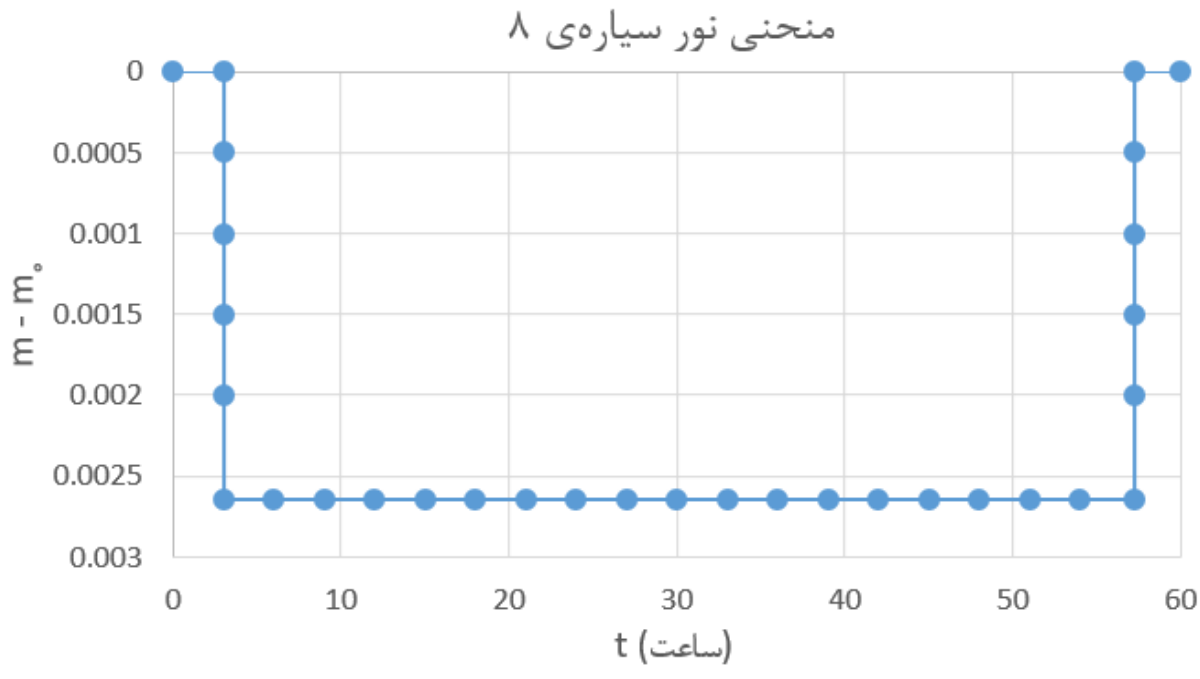

منحنی نوری سیاره‌ی ۳
0
0.00005
0.0001
0.00015
0.0002
0.00025
0.0003
0.00035
m - m°
0
10
20
30
40
50
t (ساعت)

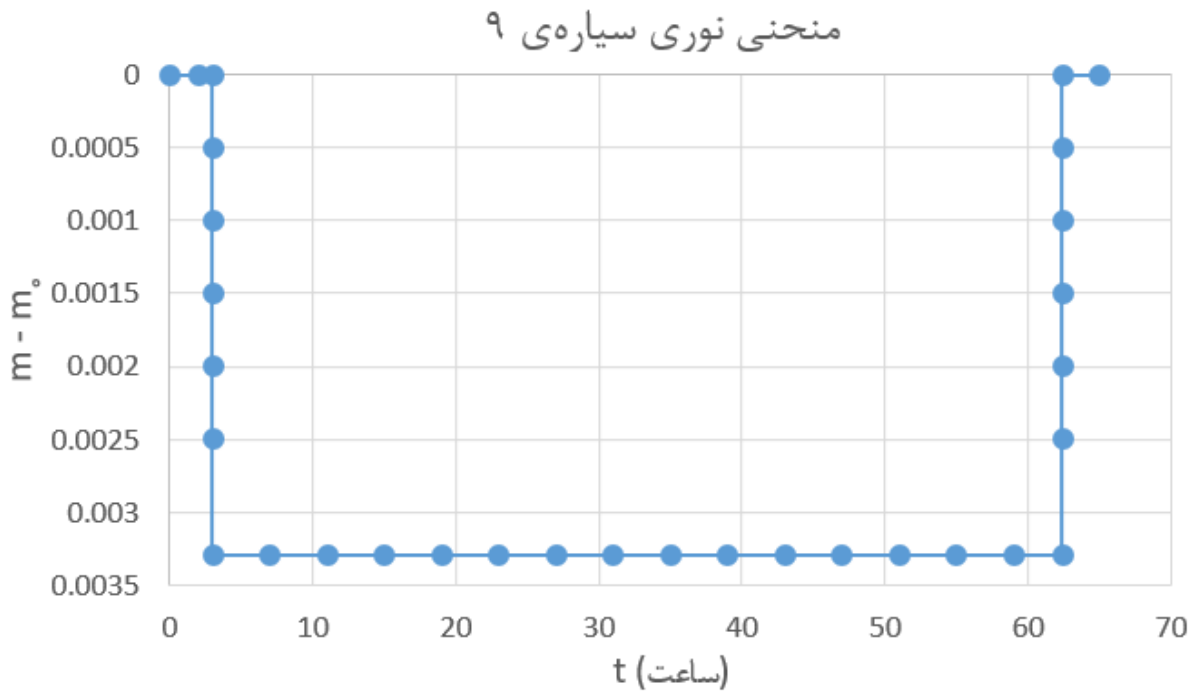

منحنی نوری سیاره‌ی ۴
0
0.0001
0.0002
0.0003
0.0004
0.0005
0.0006
0.0007
m - m°
0
10
20
30
40
50
60
t (ساعت)

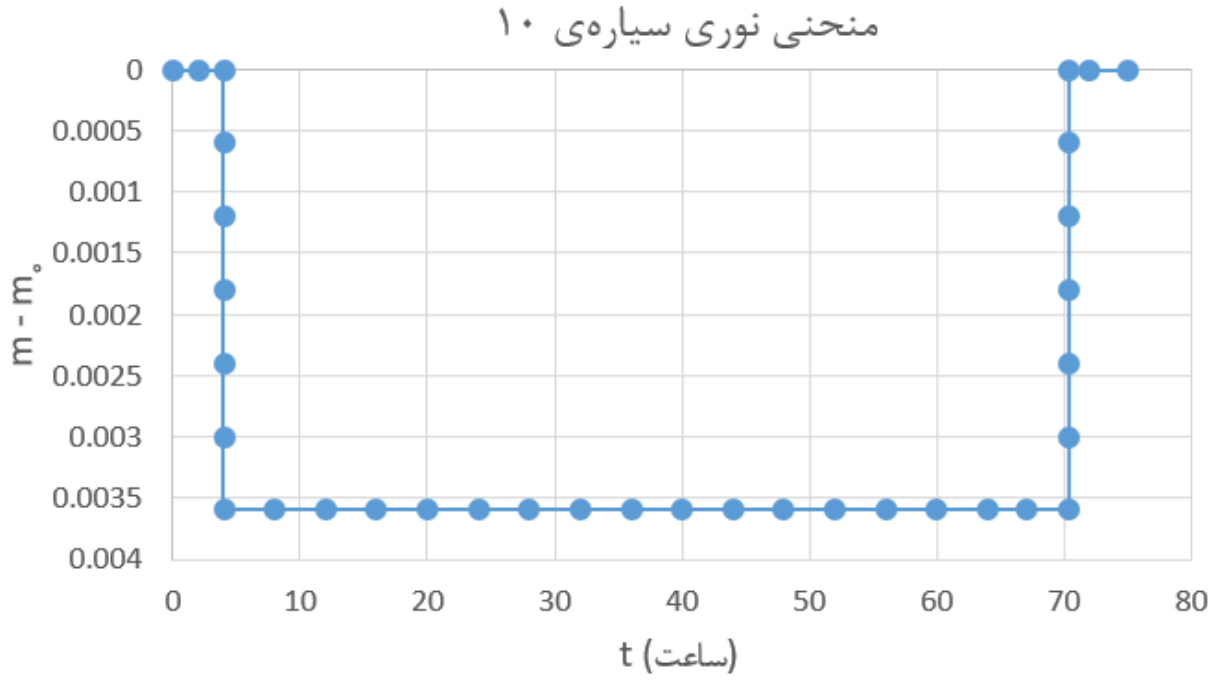

منحنی نوری سیاره‌ی ۵
0
0.0001
0.0002
0.0003
0.0004
0.0005
0.0006
m - m°
0
10
20
30
40
50
60
t (ساعت)

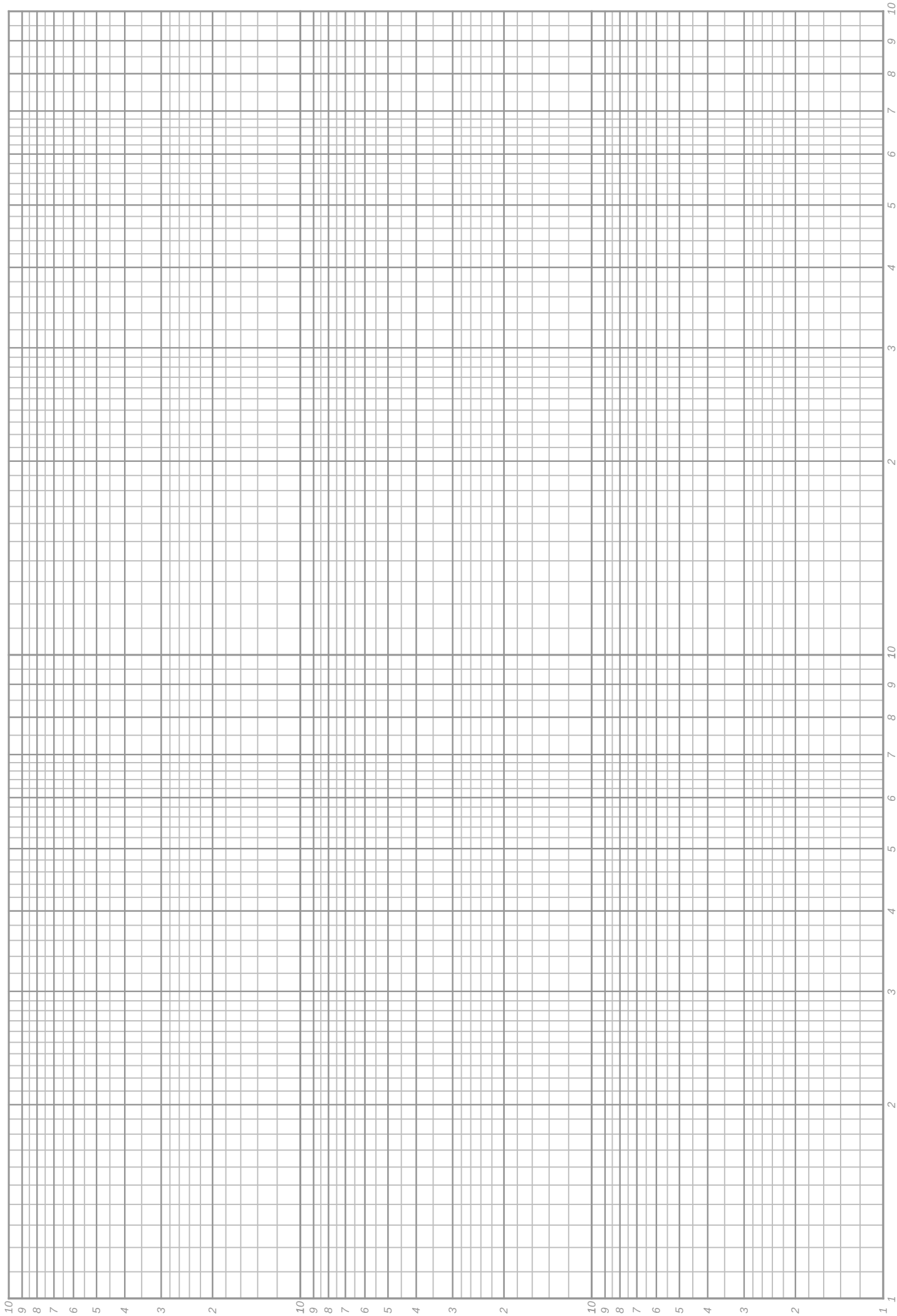

منحنی نوری سیاره‌ی ۶
0
0.0001
0.0002
0.0003
0.0004
0.0005
0.0006
0.0007
m - m°
0
10
20
30
40
50
60
t (ساعت)


منحنی نوری سیاره‌ی ۷
0
0.0002
0.0004
0.0006
0.0008
0.001
0.0012
0.0014
m - m°
0
10
20
30
40
50
60
t (ساعت)


منحنی نور سیاره‌ی ۸
0
0.0005
0.001
0.0015
0.002
0.0025
0.003
m - m°
0
10
20
30
40
50
60
t (ساعت)


منحنی نوری سیاره‌ی ۹
0
0.0005
0.001
0.0015
0.002
0.0025
0.003
0.0035
m - m°
0
10
20
30
40
50
60
70
t (ساعت)


منحنی نوری سیاره‌ی ۱۰
0
0.0005
0.001
0.0015
0.002
0.0025
0.003
0.0035
0.004
m - m°
0
10
20
30
40
50
60
70
80
t (ساعت)



بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملّی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی(ره)»

چهاردهمین دوره‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون‌های پایانی

آزمون تحلیل داده ۲

(۲۶ شهریور ۱۳۹۷ - ساعت ۱۵:۳۰ تا ۲۰:۰۰)

توجه: بارم سؤالات متفاوت است.

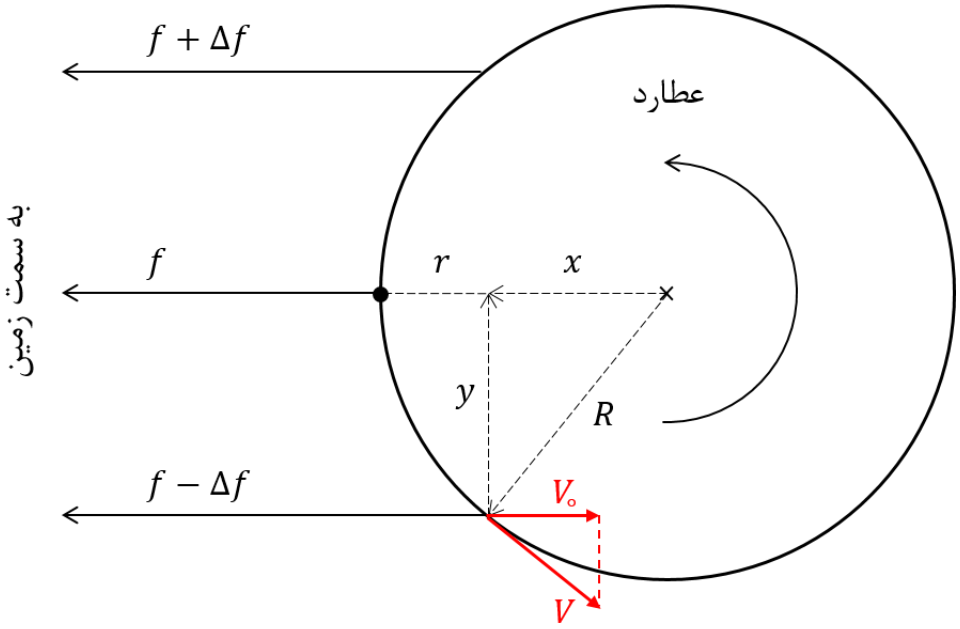
این صفحه عمداً خالی گذاشته شده است.

رفت و آمد به عطارد (۴۵ نمره) [طرّاح: دکتر حسین حقّی]

در تاریخ ۱۷ اوت ۱۹۶۵، تعدادی پالس رادیویی با فرکانس $f_0 = ۴۳۰\ \text{MHz}$ توسط آنتن رادیویی رصدخانه‌ی آرِسیبو[۱] به سوی نقاط مختلف سیاره‌ی عطارد ارسال شد و بازتابشان از سطح عطارد توسط آشکارسازهای زمینی دریافت شد.

در صفحات ب و ج پیوست، شش پالس دریافتی آشکار شده را مشاهده می‌کنید که اثرات مداری زمین و عطارد از آن‌ها حذف شده است. مقدار تأخیر زمانی (Δt) این پالس‌ها متفاوت است.

فرض کنید تمامی پالس‌ها از استوای عطارد بازتاب شده‌اند. شکل ۱، نحوه‌ی بازتاب پرتوها از سطح عطارد را نشان می‌دهد.



شکل ۱

سؤال ۱: برای هر کدام از تصاویر پیوست، مقدار تغییر فرکانس (Δf) را به دست آورید. از خطای خط‌کش صرف نظر کنید.

سؤال ۲: رابطه‌ای برای تصویر سرعت چرخشی استوایی عطارد در راستای خط دید زمین (V_0) بر حسب Δf، f_0 و سرعت نور (c) به دست آورید.

راهنمایی: برای مقادیر کوچک ε می‌توان از تقریب $(۱ + \varepsilon)^n \approx ۱ + n\varepsilon$ استفاده کرد.

[۱] Arecibo Observatory

سؤال ۳: با توجه به شکل ۱، روابطی برای x و y بر حسب شعاع عطارد (R)، Δt و c به دست آورید.

سؤال ۴: با برازش خط مناسب، دوره‌ی تناوب چرخشی عطارد (P) و R را به همراه خطا محاسبه کنید.

سؤال ۵: در زمان ارسال پالس‌ها عطارد در فاصله‌ی $a_M = ۰/۳۹۷۷\ \mathrm{AU}$ از خورشید و زمین در فاصله‌ی $a_E = ۱/۰۱۱۶\ \mathrm{AU}$ از خورشید قرار داشته است و کشیدگی عطارد $\alpha = (۴/۰ \pm ۰/۳)^\circ$ بوده است. هم‌چنین رفت و برگشت پالس نوری $\tau = (۶۱۶/۱۲۵ \pm ۰/۰۱۷)\ \mathrm{s}$ طول کشیده است.

مقدار AU را بر حسب کیلومتر به همراه خطا به دست آورید.

«هوش» کیهانی (۸۰ نمره) [طرّاح: محمّدهادی ستوده]

در این بخش، فرض کنید کیهان **تخت** و **پر از ماده**[۱] است. هم‌چنین در زمان حال (t_0)، $a_0 = 1$ است. به جز معادلات جدول ۱، سایر موارد باید اثبات شوند.

جدول ۱ – معادلات اصلی کیهان‌شناسی (توجه کنید که در برخی منابع به جای χ، از r استفاده می‌شود.)

عنوان	رابطه
معادله‌ی فریدمان	$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_{m,0}a^{-3}$
چگالی بحرانی کیهان	$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$
دیفرانسیل فاصله‌ی همراه (در تمامی حالت‌ها)	$d\chi = -\frac{c\,dt}{a(t)}$
دیفرانسیل فاصله‌ی همراه (فقط برای اجرامی که نورشان در t_0 برسد)	$d\chi = \frac{c\,dz}{H(z)}$
قرمزگرایی بر حسب ضریب مقیاسِ زمان دریافت نور (a_r) و زمان تابش نور (a_e)	$1 + z = \frac{a_r}{a_e}$

جدول ۲، مختصات فراکهکشانی[۲] چند کهکشان و قرمزگرایی آن‌ها را از دید ناظر زمینی نشان می‌دهد.

جدول ۲ – مختصات چند کهکشان

#	عرض فراکهشکانی (SGB)	طول فراکهکشانی (SGL)	قرمزگرایی (z)
1	2.2	102.5	1.02
2	-5.6	146.8	0.84
3	17.0	131.0	1.95
4	-12.6	110.3	1.19
5	14.4	153.5	1.27

[۱] Matter only

[۲] Supergalactic Coordinates؛ برای اطلاعات بیشتر به صفحه‌ی د پیوست مراجعه کنید.

در زمان t_*، در کهکشان UGC 5022 یک انفجار ابرنواختری رخ می‌دهد و نور آن به اطراف گسیل می‌شود. اطلاعات این کهکشان در جدول ۳ داده شده است.

جدول ۳ – اطلاعات کهکشان UGC 5022

عرض فراکهکشانی (SGB)	7°.5
طول فراکهکشانی (SGL)	123°.2
قرمزگرایی (z)	1.15

این انفجار ابرنواختری توسط ناظران زمینی ثبت نشده است؛ اما در هر کدام از کهکشان‌های جدول ۲، ناظری حضور دارد که نور انفجار ابرنواختری، چند میلیارد سال بعد از t_* به او می‌رسد و انفجار را مشاهده می‌کند. هر ناظر در هنگام مشاهده‌ی انفجار، زمان سپری شده از مِهبانگ[1] را ثبت کرده و آن را با استفاده از تجهیزات قوی برای زمین مخابره می‌کند. این اطلاعات در آینده‌ی دور به دست ناظر زمینی رسیده و در جدول ۴ طبقه‌بندی می‌شود.

جدول ۴ – زمان مشاهده‌ی انفجار ابرنواختری از دید هر کدام از کهکشان‌های جدول ۲

#	زمان مشاهده (Myr)
1	5750
2	6370
3	5990
4	6120
5	7020

سؤال ۶: رابطه‌ی زیر برای فاصله‌ی همراه (χ) بین کهکشان UGC 5022 و هر یک از کهکشان‌های جدول ۲ بر حسب زمان وقوع انفجار (t_*) و زمان مشاهده‌ی ابرنواختر (t) را اثبات کنید. توجه کنید که فاصله‌ی همراه در زمان t_0 اندازه‌گیری می‌شود.

$$\chi = 3c\left(\frac{2}{3H_0}\right)^{\frac{2}{3}}\left[t^{\frac{1}{3}} - t_*^{\frac{1}{3}}\right]$$

[1] Big Bang

سؤال ۷: با استفاده از اطلاعات موجود و برازش خط، ثابت هابل (H_0) و زمان انفجار (t_*) را به همراه خطا به دست آورید. روش خود را به طور دقیق توضیح دهید و محاسبات میانی را گزارش کنید.

سؤال ۸: ناظر در هر کدام از کهکشان‌ها، قرمزگرایی هابلی ابرنواختر را چه قدر اندازه‌گیری می‌کند؟

سؤال ۹: نمودار قطبی آرایش کهکشان‌ها را با شرایط زیر رسم کنید:

- مرکز نمودار، کهکشان UGC 5022 باشد.
- نمودار از دید ناظر قطب شمال فراکهکشانی (تصویر روی استوا) رسم شود.
- محور شعاعی، فاصله‌ی ویژه باشد.
- نمودار مربوط به زمانی باشد که انفجار ابرنواختری در کهکشان ۲ مشاهده شده است.
- جهت کهکشان راه شیری روی نمودار مشخص شده باشد.

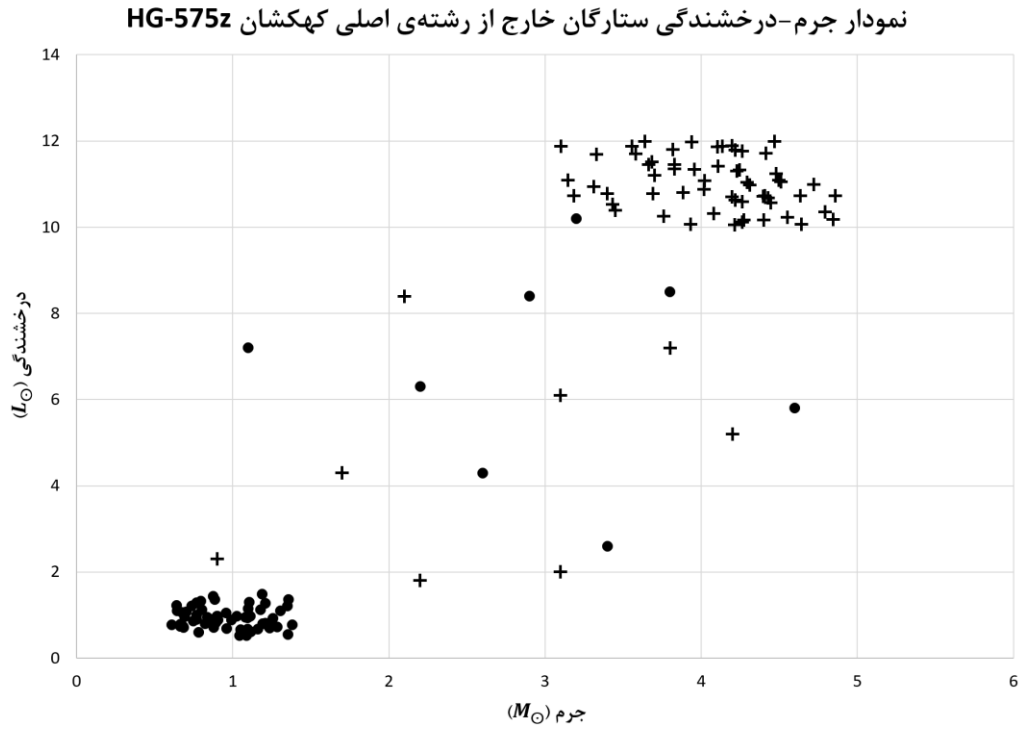
تفکیک و دسته‌بندی ستارگان (۱۴۵ نمره) [طرّاح: علی زینالی]

یکی از راهکارهای اخترفیزیک‌دانان برای آزمایش نظریه‌های تحول ستاره‌ای، تحلیل آماری جمعیت‌های ستاره‌ای (مانند خوشه‌های ستاره‌ای و کهکشان‌ها) است. در بررسی این ساختارها لازم است در اولین گام، ستارگان، دسته‌بندی و از یک‌دیگر تفکیک شوند. انجام درست این مرحله تأثیر به‌سزایی در صحت نتایج به دست آمده دارد. در ادامه با روش دسته‌بندی ستارگان یک کهکشان آشنا می‌شوید.

تفکیک ستارگان غول سرخ از کوتوله‌های سفید

نکته‌ی کلیدی در تفکیک این دو دسته، این است که ستارگان غول سرخ به طور متوسط جرم و درخشندگی بیشتری نسبت به ستارگان کوتوله‌ی سفید دارند؛ یعنی اگر نمودار درخشندگی بر حسب جرم را برای ستارگان موجود در کهشکان رسم کنیم، دو خوشه[1] در نمودار دیده می‌شود که فاصله‌ی‌شان با یک‌دیگر معنادار است. در یکی از این خوشه‌ها، بیشترِ ستارگانِ غول سرخ و در دیگری، بیشترِ ستارگانِ کوتوله‌ی سفید قرار می‌گیرند. روشن است که مرز مشخصی میان این دو دسته وجود ندارد.

شکل ۲ نمونه‌ای از داده‌های جمع‌آوری شده از کهکشان HG-575z را نشان می‌دهد. در این نمودار ستارگان غول سرخ با علامت + و کوتوله‌های سفید با ● نمایش داده شده‌اند.



شکل ۲ (این شکل کاربردی در حل مسئله ندارد.)

[1] Cluster

در بررسی ستارگان یک کهکشان، تعیین جرم و درخشندگی تک‌تک اعضا ممکن است. اما امکان تعیین نوع تمامی ستارگان وجود ندارد. به همین منظور، برای تعیین نوع ستارگان دو مرحله‌ی زیر طی می‌شود.

مرحله‌ی یادگیری

این مرحله شامل گام‌های زیر است:

- تعیین نوع دقیق تعدادی از ستارگان و محاسبه‌ی جرم و درخشندگی آن‌ها
- محاسبه‌ی مختصات مرکز هندسی هر دسته بر روی نمودار جرم-درخشندگی (متوسط M و L ستارگان هر دسته)
- انتخاب عمود منصف پاره‌خط واصل مرکزهای هندسی به عنوان مرز بین دو دسته

در انتهای گام آخر، مرکز خوشه‌ی غول سرخ در یک سمت مرز و مرکز خوشه‌ی کوتوله‌ی سفید در سمت دیگر قرار می‌گیرد.

مرحله‌ی تعیین نوع ستارگان

در این مرحله سایر ستارگانِ کهکشان، دسته‌بندی می‌شوند. برای این کار از نتیجه‌ی مرحله‌ی یادگیری کمک می‌گیریم و ستارگان را بر اساس موقعیتشان نسبت به مرز، دسته‌بندی می‌کنیم.

جدول ۵ جرم، درخشندگی و نوع تعدادی از ستارگان کهکشان AM-694t را نشان می‌دهد.

جدول ۵ – مشخصات تعدادی از ستارگان کهکشان AM-694t

#	$M\ (M_\odot)$	$L\ (L_\odot)$	نوع ستاره
1	2.2	6.30	کوتوله‌ی سفید
2	4.6	11.00	غول سرخ
3	4.2	9.85	غول سرخ
4	3.5	8.16	غول سرخ
5	0.7	0.33	کوتوله‌ی سفید
6	0.9	1.11	کوتوله‌ی سفید
7	4.4	10.79	غول سرخ
8	1.7	4.30	غول سرخ
9	3.9	8.82	غول سرخ
10	2.7	2.10	کوتوله‌ی سفید

ادامه‌ی جدول ۵

11	3.8	8.50	کوتوله‌ی سفید
12	2.1	8.40	غول سرخ
13	1.3	2.27	کوتوله‌ی سفید
14	2.1	6.80	کوتوله‌ی سفید
15	4.3	10.32	غول سرخ
16	1.5	2.43	کوتوله‌ی سفید
17	4.7	11.38	غول سرخ
18	0.8	0.66	کوتوله‌ی سفید
19	3.8	7.20	غول سرخ
20	3.1	6.10	غول سرخ
21	2.5	5.80	کوتوله‌ی سفید
22	3.2	7.70	غول سرخ
23	0.9	2.30	غول سرخ
24	1.1	1.78	کوتوله‌ی سفید
25	1.2	1.35	کوتوله‌ی سفید
26	4.2	5.20	غول سرخ
27	4.9	11.96	غول سرخ
28	0.6	0.41	کوتوله‌ی سفید
29	1	1.71	کوتوله‌ی سفید
30	4.1	9.73	غول سرخ

سؤال ۱۰: برای ستارگان جدول ۵، مرحله‌ی یادگیری را پیاده‌سازی کنید و در نهایت پارامترهای زیر را گزارش کنید.

- مختصات مرکز هندسی هر دسته از ستارگان
- شیب و عرض از مبدأ مرز

سؤال ۱۱: نمودار درخشندگی بر حسب جرم ستارگان جدول ۵ را در کاغذ میلی‌متری رسم کنید. در این نمودار، غول سرخ‌ها را با علامت + و کوتوله‌های سفید را با علامت ● نمایش دهید. پاره خط بین دو مرکز هندسی و مرز میان دو دسته را نیز در نمودار نشان دهید.

سؤال ۱۲: بر اساس مرز تعیین شده در سؤال ۱۰، چه تعدادی از داده‌های مرحله‌ی یادگیری به اشتباه دسته‌بندی می‌شوند؟ یعنی چه تعدادی از ستارگان غول سرخ، با این روش کوتوله‌ی سفید تشخیص داده می‌شوند و چه تعداد کوتوله‌ی سفید، غول سرخ تشخیص داده می‌شوند؟

سؤال ۱۳: کدام ستارگان جدول ۶ غول سرخ هستند؟ کدام ستارگان، کوتوله‌ی سفید هستند؟ توضیح دهید.

جدول ۶ – جرم و درخشندگی تعدادی از ستارگان کهکشان AM-694t

$L\ (L_\odot)$	$M\ (M_\odot)$	#
6.3	2.2	**1**
2.1	3.2	**2**
8.9	4.1	**3**
6.1	1.9	**4**

دسته‌بندی ستارگان غول سرخ

ستارگان غول سرخ دارای طبقه‌بندی‌های مختلفی هستند. در یکی از طبقه‌بندی‌های انجام شده بر اساس فراوانی خطوط طیفی، غول سرخ‌ها به دو دسته تقسیم می‌شوند. در این دو دسته، رابطه‌ی جرم-درخشندگی به صورت زیر است.

$$\text{دسته‌ی اول:} \quad L_1 = C_1 \times M^{\alpha}$$

$$\text{دسته‌ی دوم:} \quad L_2 = C_2 \times M^{\alpha}$$

مشخص است که رابطه‌ی لگاریتم درخشندگی و لگاریتم جرم این دو دسته، دو خط موازی هستند. (تنها عرض از مبدأ این دو خط متفاوت است.)

همانند قسمت قبل، تعیین نوع دقیق تمامی ستارگان غول سرخ ممکن نیست. به همین دلیل دسته‌بندی در دو مرحله انجام می‌شود.

مرحله‌ی یادگیری

این مرحله شامل گام‌های زیر است:

- تعیین نوع دقیق تعدادی از ستارگان غول سرخ و محاسبه‌ی جرم و درخشندگی آن‌ها
- محاسبه‌ی ضرایب رابطه‌ی جرم-درخشندگی (C_1، C_2 و α)
- انتخاب خطی با شیب α و عرض از مبدأ میانگین به عنوان مرز بین دو دسته

مرحله‌ی تعیین نوع ستارگان

در این مرحله سایر ستارگان غول سرخ، دسته‌بندی می‌شوند. برای این کار از نتیجه‌ی مرحله‌ی یادگیری کمک می‌گیریم و ستارگان را بر اساس موقعیتشان نسبت به مرز، دسته‌بندی می‌کنیم.

جدول ۷ جرم، درخشندگی و نوع تعدادی از ستارگان غول سرخ کهکشان AM-694t را نشان می‌دهد.

جدول ۷ – مشخصات تعدادی از ستارگان غول سرخ کهکشان AM-694t

#	$M\ (M_{\odot})$	$L\ (L_{\odot})$	نوع غول سرخ
1	3	25.1	نوع یک
2	4.3	61.0	نوع دو
3	3.2	34.1	نوع یک
4	4.6	70.1	نوع یک
5	4.8	90.6	نوع دو
6	3.4	33.9	نوع یک
7	4	50.1	نوع یک
8	4.9	81.0	نوع دو
9	3.9	47.2	نوع یک
10	4.2	63.0	نوع یک
11	3.1	31.7	نوع دو
12	3.8	51.7	نوع دو
13	3.7	41.6	نوع یک
14	2.9	27.0	نوع دو
15	3.3	36.9	نوع دو
16	3.6	36.0	نوع دو
17	3.3	31.6	نوع یک
18	3.1	27.2	نوع یک
19	4.7	86.1	نوع دو
20	4.4	73.5	نوع دو

سؤال ۱۴: با کمینه کردن خطا[۱] روابطی برای برازش دو خط موازی بر داده‌های ستارگان غول سرخ به دست آورید. معادله‌ی خطوط برازش شده به صورت زیر است.

$$\log L_1 = a \log M_1 + b_1 \quad \text{خط اول:}$$

$$\log L_2 = a \log M_2 + b_2 \quad \text{خط دوم:}$$

که خط یک بر ستارگان نوع یک و خط دو بر ستارگان نوع دو برازش می‌شود. تابع خطا را به صورت زیر در نظر بگیرید.

$$\text{Error} = \sum_{i \in \text{دسته‌ی اول}} (y_i - ax_i - b_1)^2 + \sum_{j \in \text{دسته‌ی دوم}} (y_j - ax_j - b_2)^2$$

سؤال ۱۵: با استفاده از نتیجه‌ی سؤال ۱۴، مقادیر C_1، C_2 و α را به دست آورید.

سؤال ۱۶: برای ستارگان جدول ۷، مرحله‌ی یادگیری را پیاده‌سازی کنید و در نهایت شیب و عرض از مبدأ مرز را گزارش کنید.

سؤال ۱۷: نمودار درخشندگی بر حسب جرم ستارگان جدول ۷ را در کاغذ لگاریتمی رسم کنید. کاغذ را **به صورت عمودی** قرار دهید. در این نمودار، غول سرخ‌های نوع یک را با علامت $\oplus$ و غول سرخ‌های نوع دو را با علامت $\boxtimes$ نمایش دهید. مرز میان دو دسته را نیز در نمودار نشان دهید.

سؤال ۱۸: بر اساس مرز تعیین شده در سؤال ۱۶ چه تعدادی از داده‌های مرحله‌ی یادگیری به اشتباه دسته‌بندی می‌شوند؟ یعنی چه تعدادی از ستارگان غول سرخ نوع یک، با این روش نوع دو تشخیص داده می‌شوند و چه تعداد غول سرخ نوع دو، نوع یک تشخیص داده می‌شوند؟

[۱] Error؛ روش کمترین مربعات

سؤال ۱۹: کدام ستارگان جدول ۸، غول سرخ نوع یک هستند؟ کدام ستارگان، غول سرخ نوع دو هستند؟ توضیح دهید.

جدول ۸ – جرم و درخشندگی تعدادی از ستارگان غول سرخ کهکشان AM-694t

$L\ (L_{\odot})$	$M\ (M_{\odot})$	#
55.0	4.1	**1**
42.0	3.5	**2**
72.1	4.5	**3**
90.6	4.8	**4**

ثوابت فیزیکی و نجومی

کمیت		مقدار	
G	ثابت جهانی گرانش	$\mathrm{m^3\ s^{-2}\ kg^{-1}}$	$۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱}$
pc	پارسک	m	$۳/۰۹ \times ۱۰^{۱۶}$
$L_\odot$	درخشندگی خورشید	W	$۳/۸۵ \times ۱۰^{۲۶}$
$M_\odot$	جرم خورشید	kg	$۱/۹۹ \times ۱۰^{۳۰}$
$R_\odot$	شعاع خورشید	m	$۶/۹۶ \times ۱۰^{۸}$
$M_\oplus$	جرم زمین	kg	$۵/۹۷ \times ۱۰^{۲۴}$
$R_\oplus$	شعاع زمین	km	۶۳۸۰
δ_S	میل قطب شمال فراکهکشانی		$۱۵/۷^\circ$
α_S	بُعد قطب شمال فراکهکشانی		$۱۸/۹^\mathrm{h}$

روابط برازش خطّ راست

$y = A + Bx$

$$d_i = y_i - (A + Bx_i)$$

$$B = \frac{\sum_{i=۱}^{N} y_i\,(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲} \qquad A = \bar{y} - B\bar{x}$$

$$(\Delta B)^۲ \approx \frac{۱}{\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲}\frac{\sum_{i=۱}^{N} d_i^۲}{N - ۲}$$

$$(\Delta A)^۲ \approx \left(\frac{۱}{N} + \frac{\bar{x}^۲}{\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲}\right)\frac{\sum_{i=۱}^{N} d_i^۲}{N - ۲}$$

$y = Bx$

$$d_i = y_i - Bx_i$$

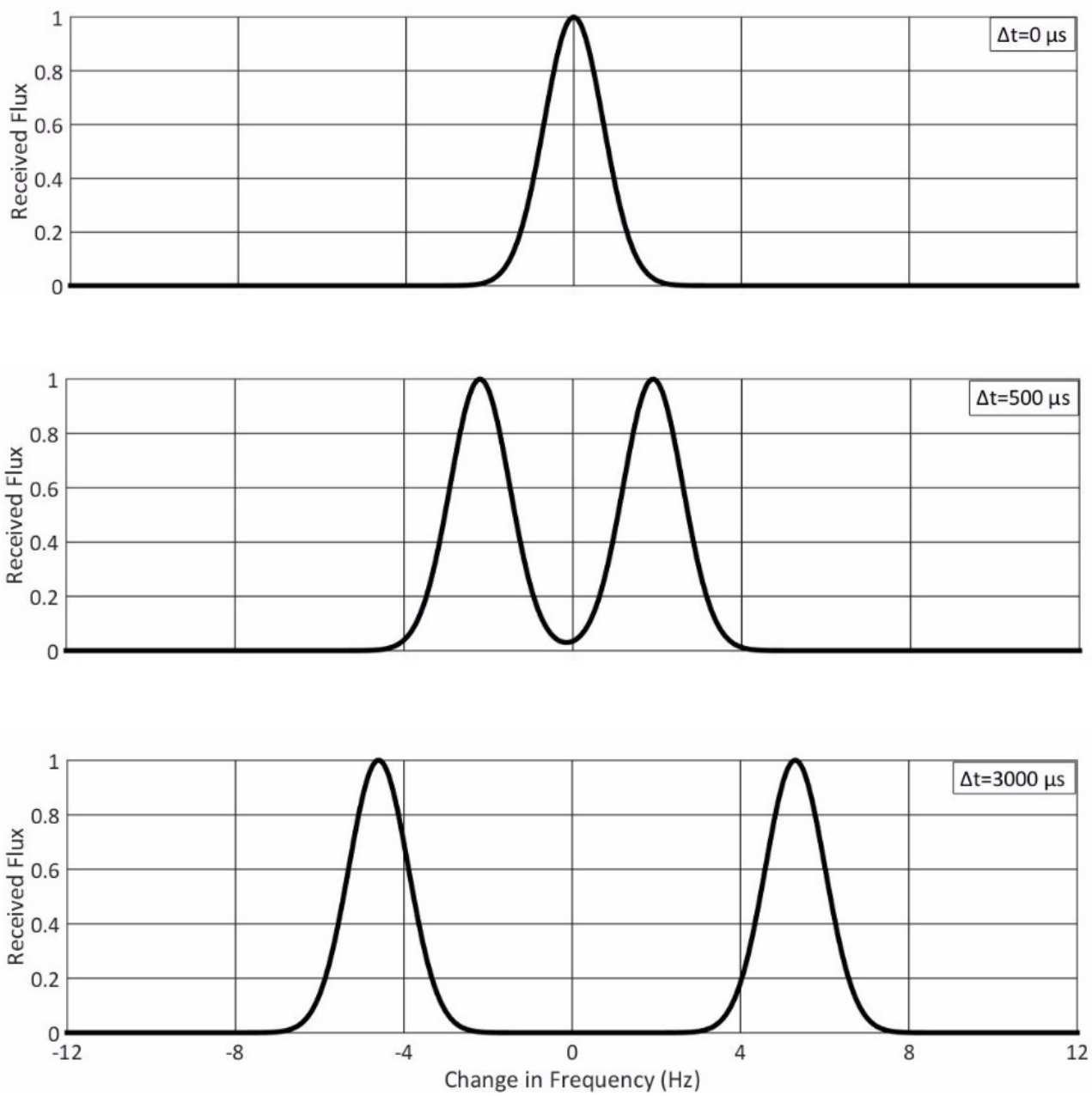
$$B = \frac{\sum_{i=۱}^{N} x_i y_i}{\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲}$$

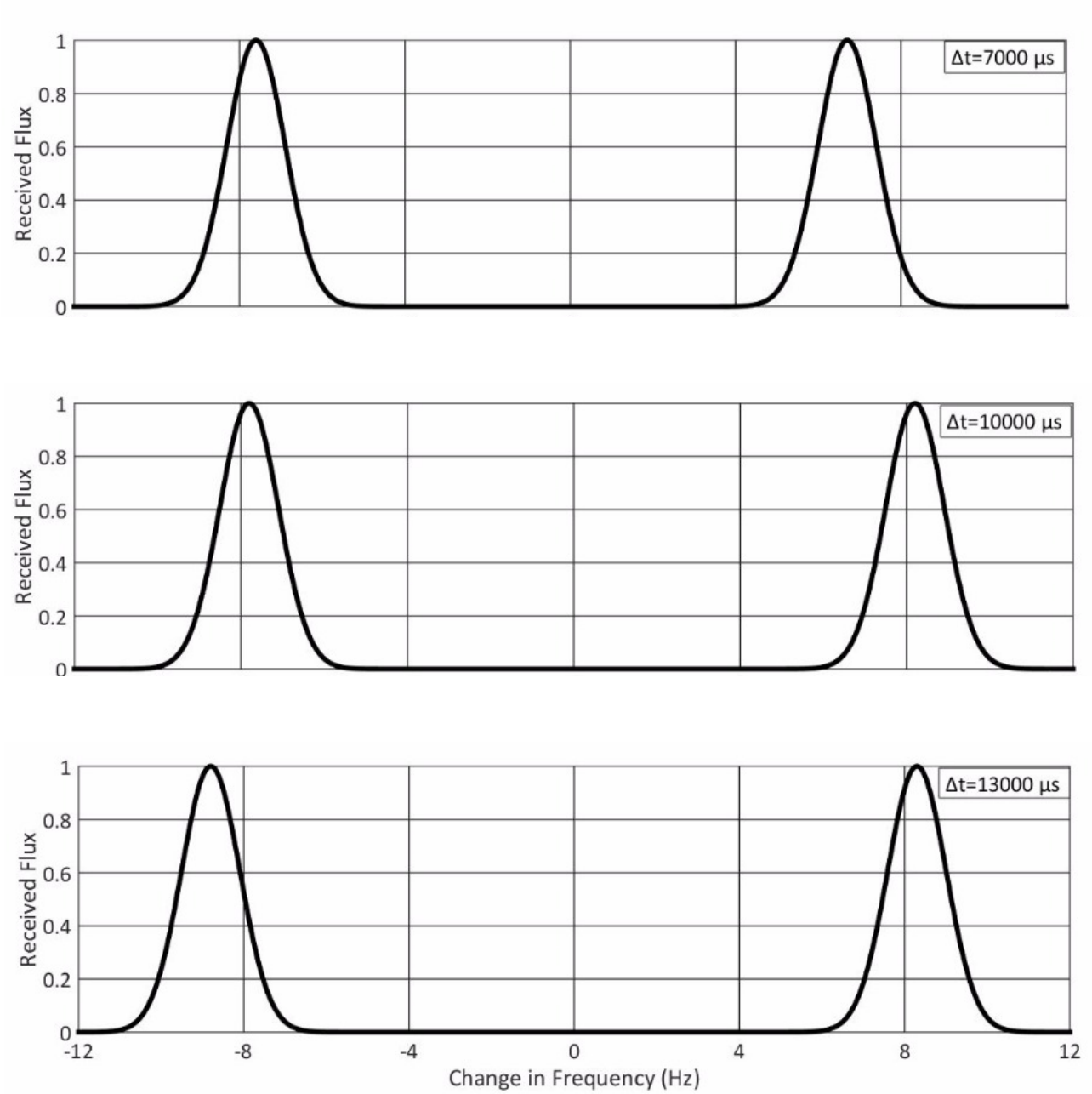
$$(\Delta B)^۲ \approx \frac{۱}{\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲}\frac{\sum_{i=۱}^{N} d_i^۲}{N - ۱}$$

نمودارهای بخش اوّل: پالس‌های دریافت شده از عطارد

محور افقی تغییر فرکانس (Δf) و محور عمودی شار دریافتی به‌هنجار شده است.

تأخیر زمانی هر نمودار در گوشه‌ی بالا سمت راست نوشته شده است.

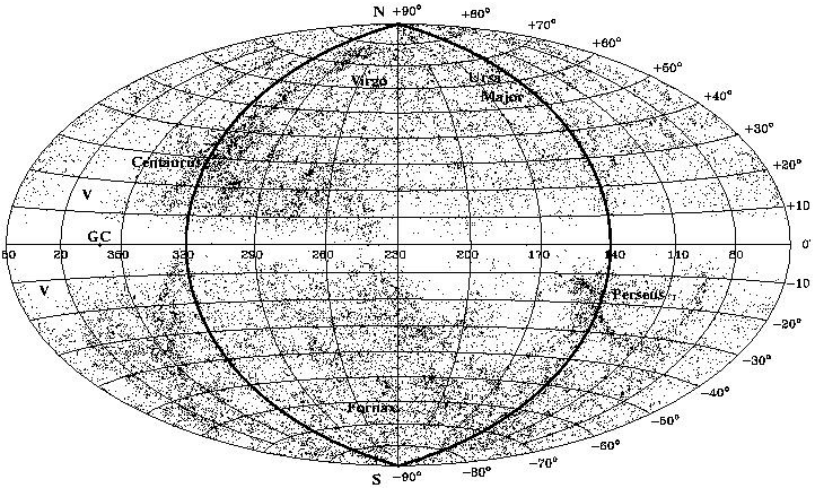



Δt=7000 μs
Δt=10000 μs
Δt=13000 μs
Received Flux
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
-12
-8
-4
0
4
8
12
Change in Frequency (Hz)

توضیحات بخش دوّم: معرفی دستگاه مختصات فراکهکشانی

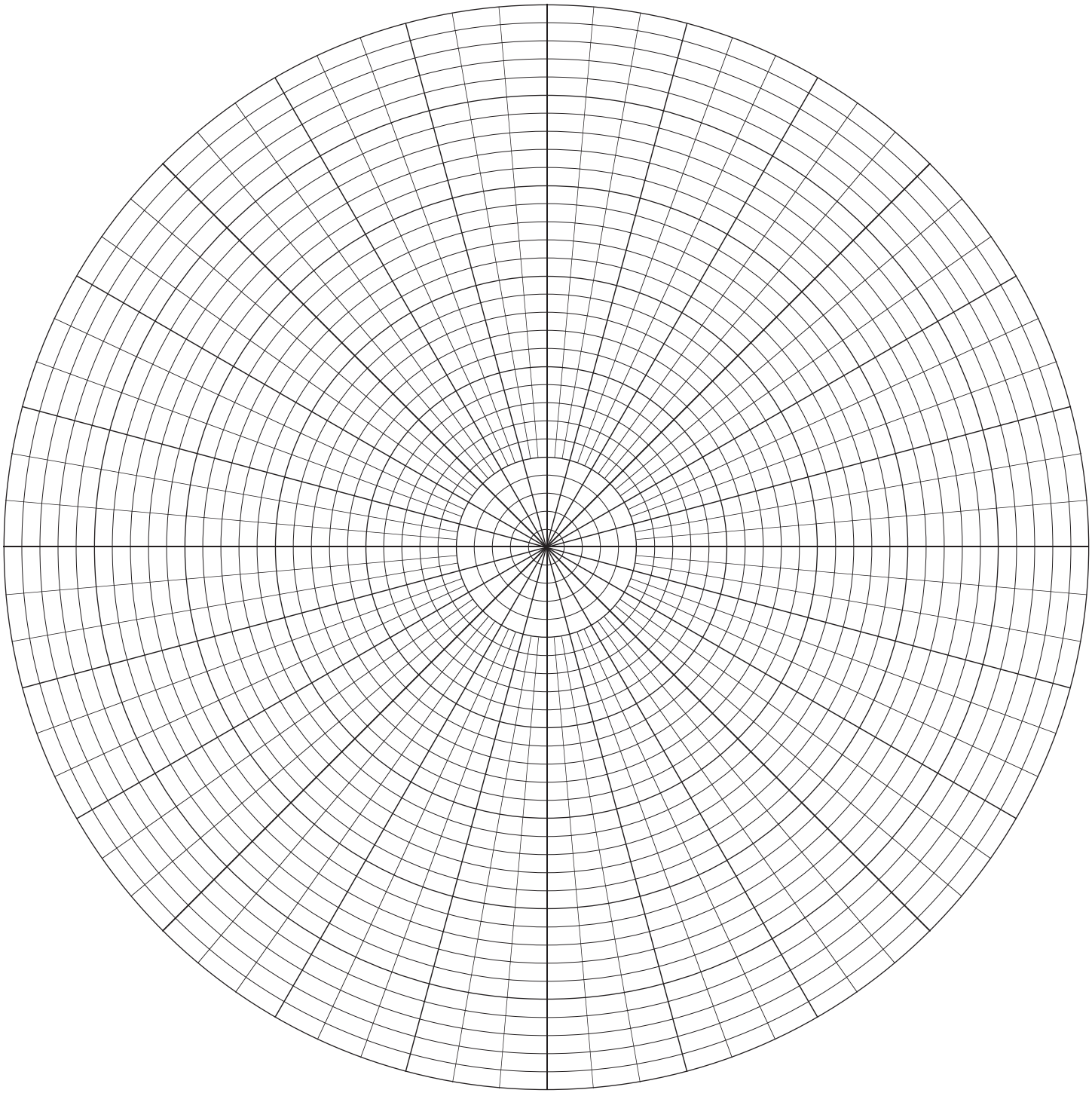
دستگاه مختصات فراکهکشانی، یک دستگاه مختصات کروی است که از آن برای مکان‌یابی کهکشان‌ها، خوشه‌های کهکشانی و ابرخوشه‌های دوردست استفاده می‌شود. استوای این دستگاه که صفحه‌ی فراکهکشانی نامیده می‌شود، یکی از ساختارهای شاخص در کیهان محلی است که حاصل کنار هم قرار گرفتن بخشی از خوشه‌ی سنبله، جاذب بزرگ[1] و ابرخوشه‌ی حوت-برساووش در یک صفحه‌ی دو بعدی است.

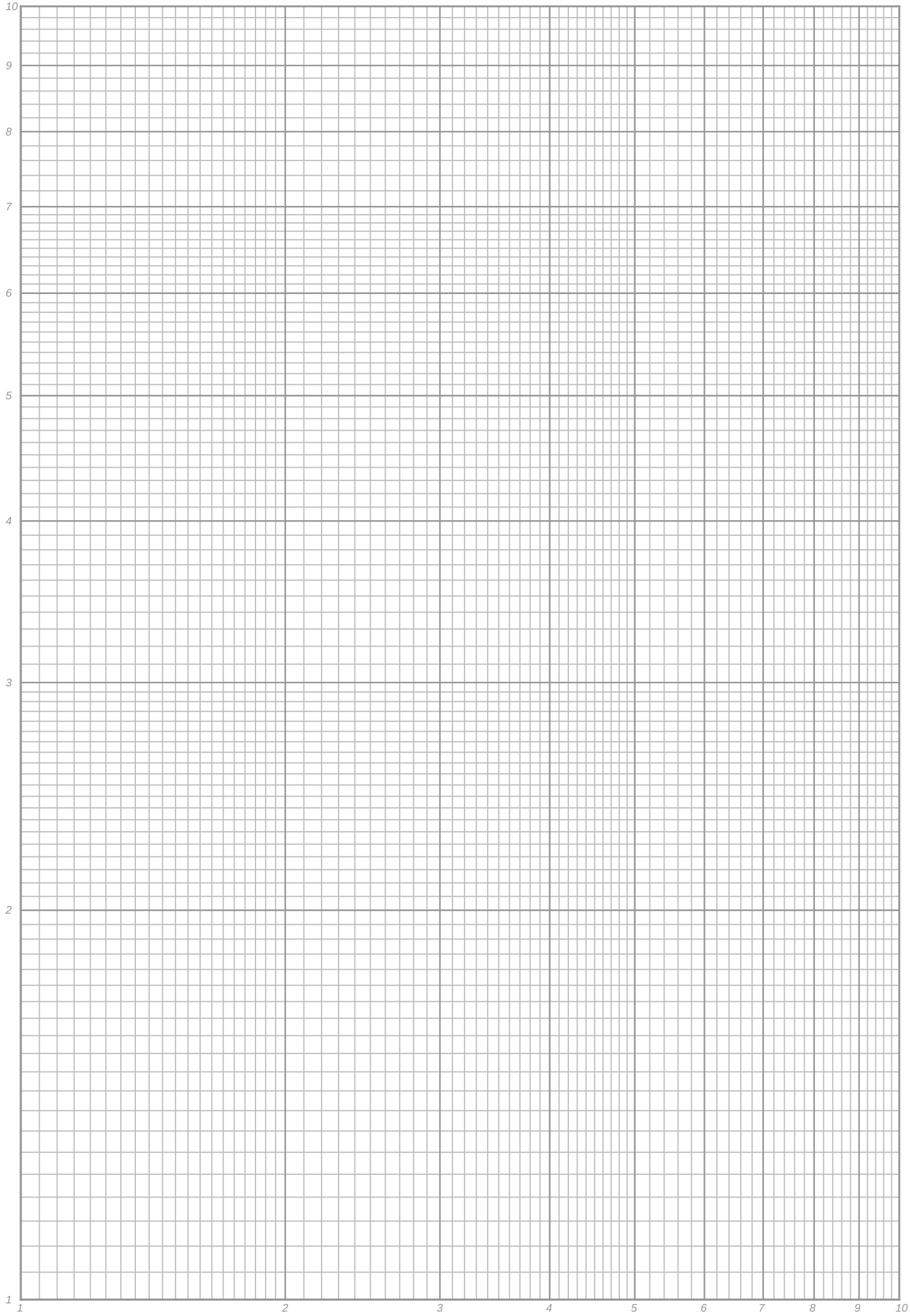
مختصات فراکهکشانی یک نقطه با عرض و طول فراکهکشانی تعریف می‌شود. برای مشابهت با عرض (b) و طول (l) کهکشانی عرض و طول فراکهکشانی را به ترتیب با SGB و SGL نشان می‌دهند. طول کهکشانی از دید قطب شمال فراکهکشانی به صورت پادساعتگرد افزایش می‌یابد و مبدأ آن، تقاطع صفحه‌ی فراکهکشانی با استوای کهکشان راه شیری است.



دایره‌ی عظیمه‌ی فراکهکشانی در دستگاه مختصات کهکشانی

[1] The Great Attractor




10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

آزمون‌های رصد

بسمه تعالی

وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملّی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی(ره)»

چهاردهمین دوره‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون‌های میان‌دوره

آزمون نقشه‌ی آسمان ۱

(۲۸ مرداد ۱۳۹۷ - ساعت ۸:۰۰ تا ۸:۵۰)

توجه: بارم سؤالات متفاوت است.

این صفحه عمداً خالی گذاشته شده است.

سؤال ۱: بنز! (۷۰ نمره) [طرّاح: سیّدامیرحسین موسوی]

یکی از اساتید بزرگوار نجوم در معرفی صورت‌های فلکی علاقه‌ی خاصی به علامت بنز داشتند و بنزهای زیادی در آسمان به دانش‌پژوهان نشان می‌دادند. نقشه‌ی ۱، آسمان از نگاه ایشان را نشان می‌دهد. شماره‌ی هر بنز کنار آن نوشته شده است. با توجه به نقشه به سؤالات زیر پاسخ دهید.

*** پاسخ‌های خود را طبق خواسته‌ی سؤال، در نقشه یا در جدول پاسخ‌نامه وارد کنید.**

*** پاسخ‌های غلط نمره‌ی منفی دارند.**

الف) **استوای سماوی** خطوط کدام بنز(ها) را قطع می‌کند؟

ب) **دایرهٔ البروج** خطوط کدام بنز(ها) را قطع می‌کند؟

ج) **استوای کهکشان** خطوط کدام بنز(ها) را قطع می‌کند؟

د) کدام یک از نقاط **اعتدال**، **انقلاب** و **قطب‌های مختصاتی** در نقشه حضور دارند؟ نزدیک‌ترین بنز به هر کدام را بنویسید.

هـ) **۲۰ ستاره‌ی آلفا** را **در نقشه‌ی ۱** شماره‌گذاری کنید و دور آن‌ها دایره‌ای کوچک (O) بکشید. سپس نام مستعار هر کدام را **در جدول پاسخ‌نامه** بنویسید. (در صورتی که نام مستعار دارند.)

و) **۳ ستاره‌ی گاما** از نقشه‌ی ۱ حذف شده‌اند، محل آن‌ها را با علامت ضربدر (X) مشخص کنید و نام مستعار آن‌ها را **در جدول پاسخ‌نامه** بنویسید. (در صورتی که نام مستعار دارند.)

سؤال ۲: معمّای مسیه (۶۰ نمره) [طرّاح: سیّدامیرحسین موسوی]

در این سؤال قصد طرح چند معما پیرامون اجرام مسیه را داریم. به هر جرم مسیه مثل یک عدد طبیعی نگاه می‌کنیم؛ به عنوان مثال، عدد متناظر با M61 برابر با 61 است. در ادامه منظور از **نوع**، «کهکشان، سحابی، خوشه‌ی باز، خوشه‌ی کروی و ...» است.

*** پاسخ‌های خود را طبق خواسته‌ی سؤال، روی نقشه یا در جدول پاسخ‌نامه وارد کنید.**

الف) حاصل جمع کدام دو جرم مسیه از یک نوع، جرم مسیه از همان نوع است؟ نوع آن‌ها را هم بنویسید. به **۲ مورد** اشاره کنید.

ب) بزرگترین جرم مسیه از نوع سحابی کدام جرم است؟

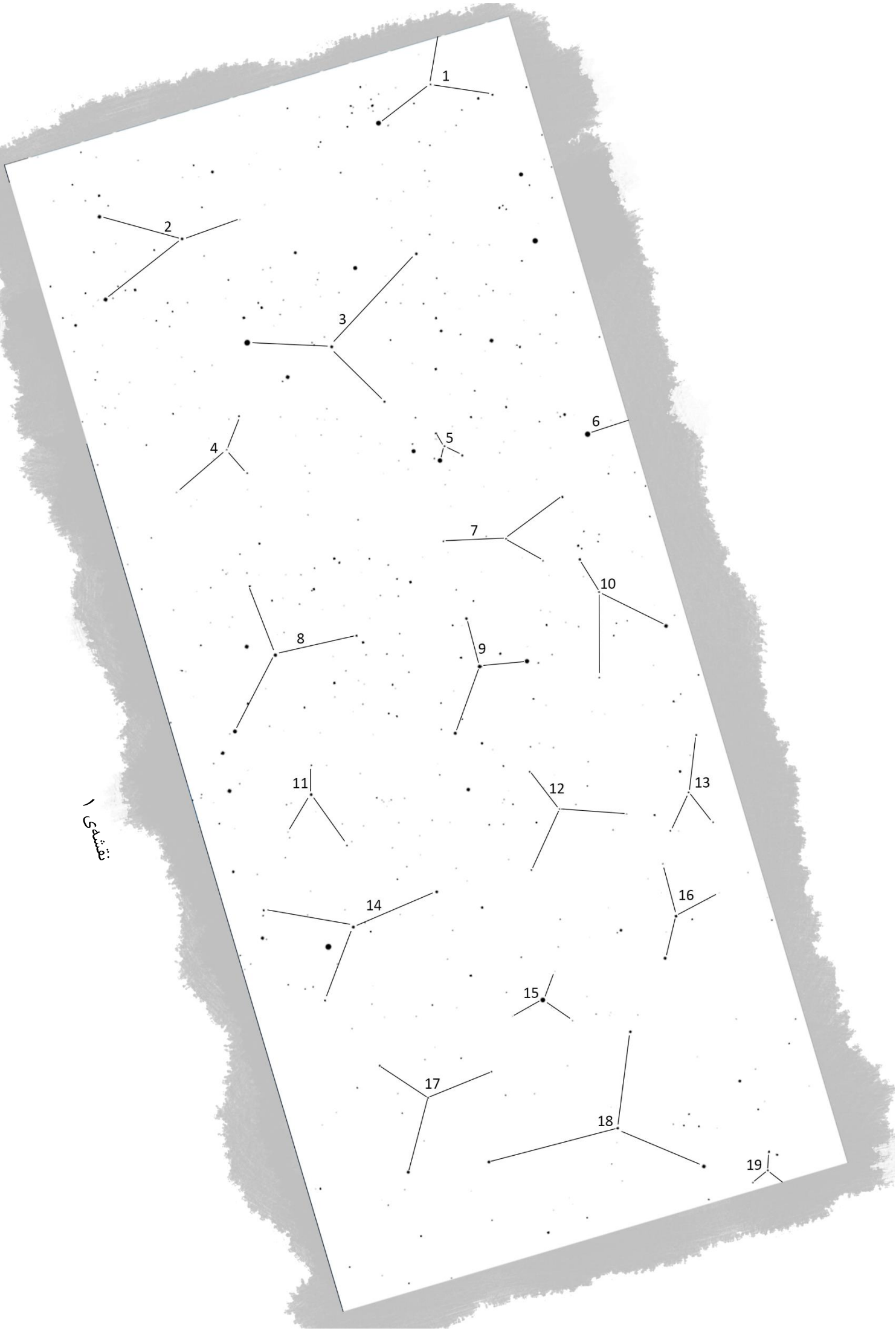
ج) کوچک‌ترین جرم مسیه از نوع کهکشان کدام جرم است؟

د) اجرام مسیه‌ی **دو رقمی غیر بخش‌پذیر بر ۱۰ و ۱۱** را درنظر بگیرید. کدام جرم اگر دو رقمش با هم جابه‌جا شوند، حاصل آن، جرم مسیه از همان نوع است. نوع آن را نیز بنویسید. به **۱ مورد** اشاره کنید.

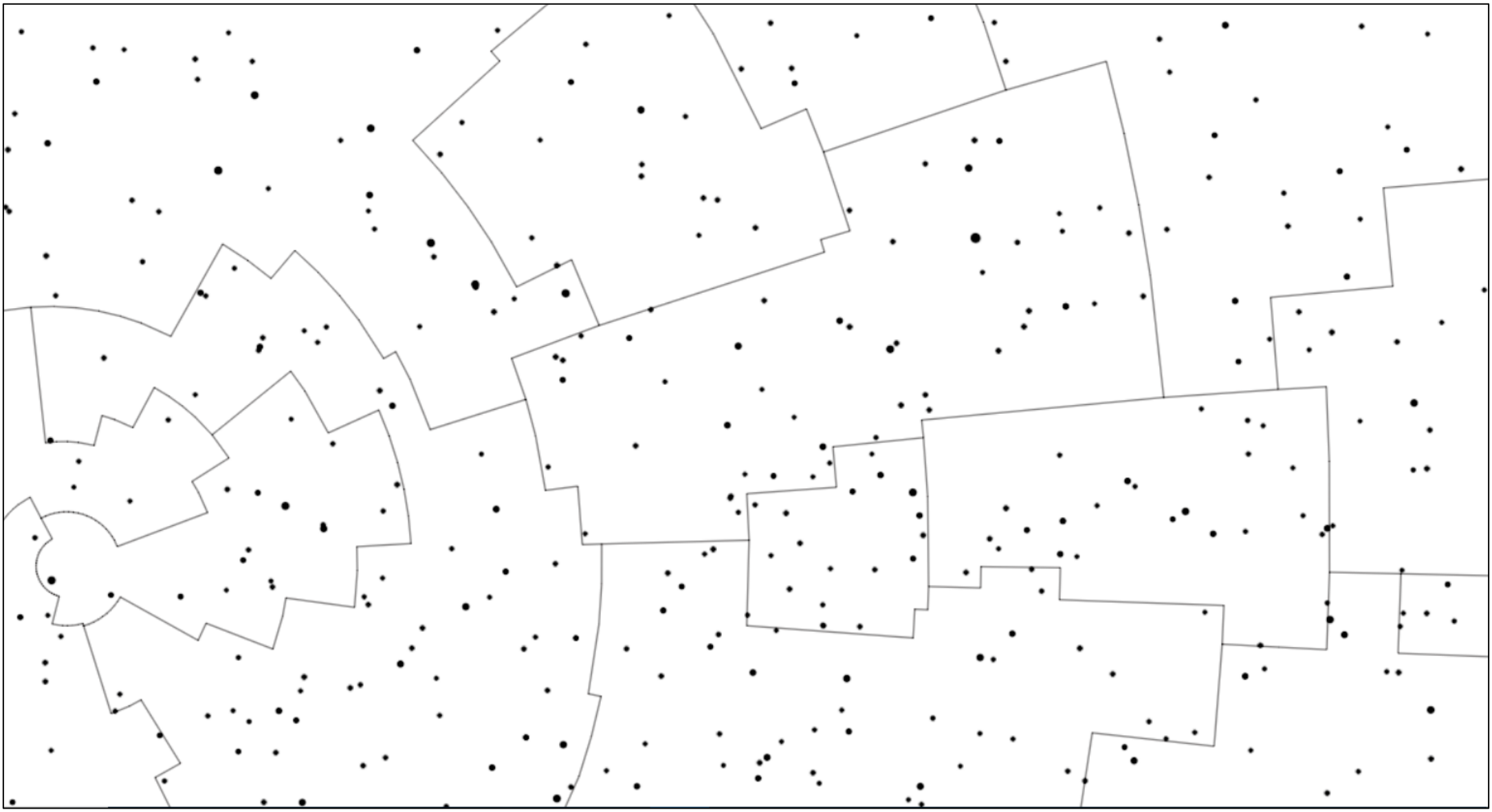
هـ) کاتالوگ‌های NGC و IC شامل کهکشان‌ها، خوشه‌ها و سحابی‌ها هستند. اجرام مسیه هر کدام در این کاتالوگ دارای شماره هستند اما ۲ جرم مسیه در این دو کاتالوگ حضور ندارند. یکی از آن‌ها M45 می‌باشد. به نظر شما کدام جرم دیگر از اجرام مسیه در کاتالوگ NGC یا IC حضور ندارد؟ این جرم در کدام صورت فلکی قرار دارد؟

و) تمامی اجرام مسیه در نقشه‌ی ۲ را با علامت ضربدر (×) مشخص کرده و عدد متناظر با آن‌ها را روی نقشه بنویسید. خطوط رسم شده مرزبندی‌های صور فلکی هستند که برای راهنمایی رسم شده‌اند.

ز) در نقشه‌ی ۲، ستارگان بتا را با دایره‌ای کوچک (o) به دور آن‌ها مشخص کنید.



نقشه‌ی ۱



نقشه‌ی ۲

بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملّی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی(ره)»

چهاردهمین دوره‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون‌های پایانی

آزمون نقشه‌ی آسمان ۲

(۲۰ شهریور ۱۳۹۷ - ساعت ۱۶:۰۰ تا ۱۷:۲۵)

توجه: بارم سؤالات متفاوت است.

این صفحه عمداً خالی گذاشته شده است.

سؤال ۱: پازل سماوی (۳۵ نمره) [طرّاح: سیّدامیرحسین موسوی]

نقشه‌ی ۱، بخشی از آسمان را نشان می‌دهد که ۱۰ قطعه‌ی مربعی (قطعات پازل) از آن جدا شده است. این قطعه‌ها در شکل ۱ نمایش داده شده‌اند. **یک ستاره** که جزء ۲۰ ستاره‌ی پرنور آسمان است و **یک صورت فلکی**، از نقشه‌ی ۱ یا از قطعات پازل حذف شده‌اند.

*** پاسخ‌های خود را طبق خواسته‌ی سؤال، در نقشه یا در جدول پاسخ‌نامه وارد کنید.**

الف) **در جدول پاسخ‌نامه** تعیین کنید هر قطعه‌ی پازل در کدام جای خالی قرار می‌گیرد.

ب) استوای سماوی از کدام قطعه(ها) می‌گذرد؟

ج) دایرهٔ البروج از کدام قطعه(ها) می‌گذرد؟

د) دو نقطه با فاصله‌ی زاویه‌ای دقیقاً ۹۰ درجه از یک‌دیگر بیابید که یک نقطه بر روی نقشه‌ی ۱ و دیگری در یکی از قطعات پازل باشد. توجه کنید که هیچ کدام از این نقاط نباید یکی از قطب‌های آسمان باشد. این دو نقطه را با علامت ضربدر (×) **بر روی نقشه‌ی ۱ و قطعه‌ی پازل متناظر** مشخص کنید.

هـ) کدام یک از قطعه‌های پازل بیشترین تعداد جرم مسیه را دارد؟ شماره‌ی **۵** جرم مسیه از آن را **در جدول پاسخ‌نامه** بنویسید.

و) نام بایر و نام مستعار ستارگان آلفا و بتای تمامی قطعه‌های پازل را **در جدول پاسخ‌نامه** بنویسید. لازم نیست ستاره‌ها را در نقشه مشخص کنید. (تعداد سطرهای جدول پاسخ‌نامه لزوماً با تعداد ستارگان برابر نیست.)

ز) ستاره‌ی حذف شده را با علامت ⊕ **بر روی نقشه‌ی ۱ یا قطعه‌ی پازل متناظر** مشخص کنید و نام آن را کنارش بنویسید.

ح) صورت فلکی حذف شده را **بر روی نقشه‌ی ۱ یا قطعه‌ی پازل متناظر** رسم[۱] کنید و نام آن را کنارش بنویسید.

[۱] Sketch

سؤال ۲: جدول سماوی (۱۵ نمره) [طرّاح: وحید احمدی]

بر اساس سؤالات زیر، جدول موجود در پاسخ‌نامه را کامل کنید.

*** نمره‌ی رمز تنها در صورتی تعلق می‌گیرد که تمام جدول حل شده باشد.**

۱. دایره‌ی عظیمه‌ی واصل آلفای مثلث به آلفای قیطس از این صورت فلکی می‌گذرد. - اولین صورت فلکی بعد از قوس در جهت افزایش طول کهکشانی، که استوای کهکشانی از آن می‌گذرد. - چه تعداد از ۶ قطب مهم آسمان (استوایی، دایرهٔ البروجی و کهکشانی) در تهران قابل مشاهده نیستند؟

۲. اعتدال پاییزی در این صورت فلکی واقع شده است. - پرنورترین ستاره‌ی مثلث تابستانی

۳. صورت فلکی ذات‌الکرسی در شهر تهران ..... است. - هم اصغر و هم اکبر آن در آسمان قابل مشاهده هستند.

۴. امروز خورشید در کدام صورت فلکی است؟ - در آن نقطه میل خورشید صفر است.

۵. ستاره‌ی قطبی در زمان مصر باستان - کمان جبار به سمت این صورت فلکی است.

۶. بزرگترین صورت فلکی آسمان - نقطه‌ای با عرض کهکشانی صفر و طول کهکشانی ۸۰ درجه در این صورت فلکی قرار دارد.

۷. ۳ جرم مسیه در فاصله‌ای کمتر از ۲ درجه در این صورت فلکی واقع شده‌اند.

۸. انقلاب زمستانی در این صورت فلکی واقع شده است. – نام مستعار ستاره‌ی γ دجاجه – نام مستعار ستاره‌ی β ذات‌الکرسی

۹. نام مستعار ستاره‌ی α شجاع - اعتدال بهاری در این صورت فلکی قرار دارد.

۱۰. قطب شمال کهکشان در این صورت فلکی واقع شده است. – ستاره‌ی دلتای این صورت فلکی سرین (Sarin) نام دارد.

سؤال ۳: درخت مزاحم! (۳۰ نمره) [طرّاح: سیّدامیرحسین موسوی]

شکل ۲ منظره‌ای از آسمان را در محل برگزاری آزمون‌های عملی رصد نشان می‌دهد. با توجه به این شکل به سوالات زیر پاسخ دهید.

*** پاسخ‌های خود را طبق خواسته‌ی سؤال، در شکل یا در جدول پاسخ‌نامه وارد کنید.**

الف) **۱۱ ستاره‌ی دلتا** را **در شکل ۲** شماره‌گذاری کنید و دور آن‌ها دایره‌ای کوچک (O) بکشید. سپس نام مستعار هر کدام را طبق شماره **در جدول پاسخ‌نامه** بنویسید. (در صورتی که نام مستعار دارند.)

ب) **۳ ستاره‌ی آلفا** از شکل ۲ حذف شده‌اند، محل آن‌ها را با علامت ضربدر (X) مشخص کنید و نام مستعار آن‌ها را **در جدول پاسخ‌نامه** بنویسید. (در صورتی که نام مستعار دارند.)

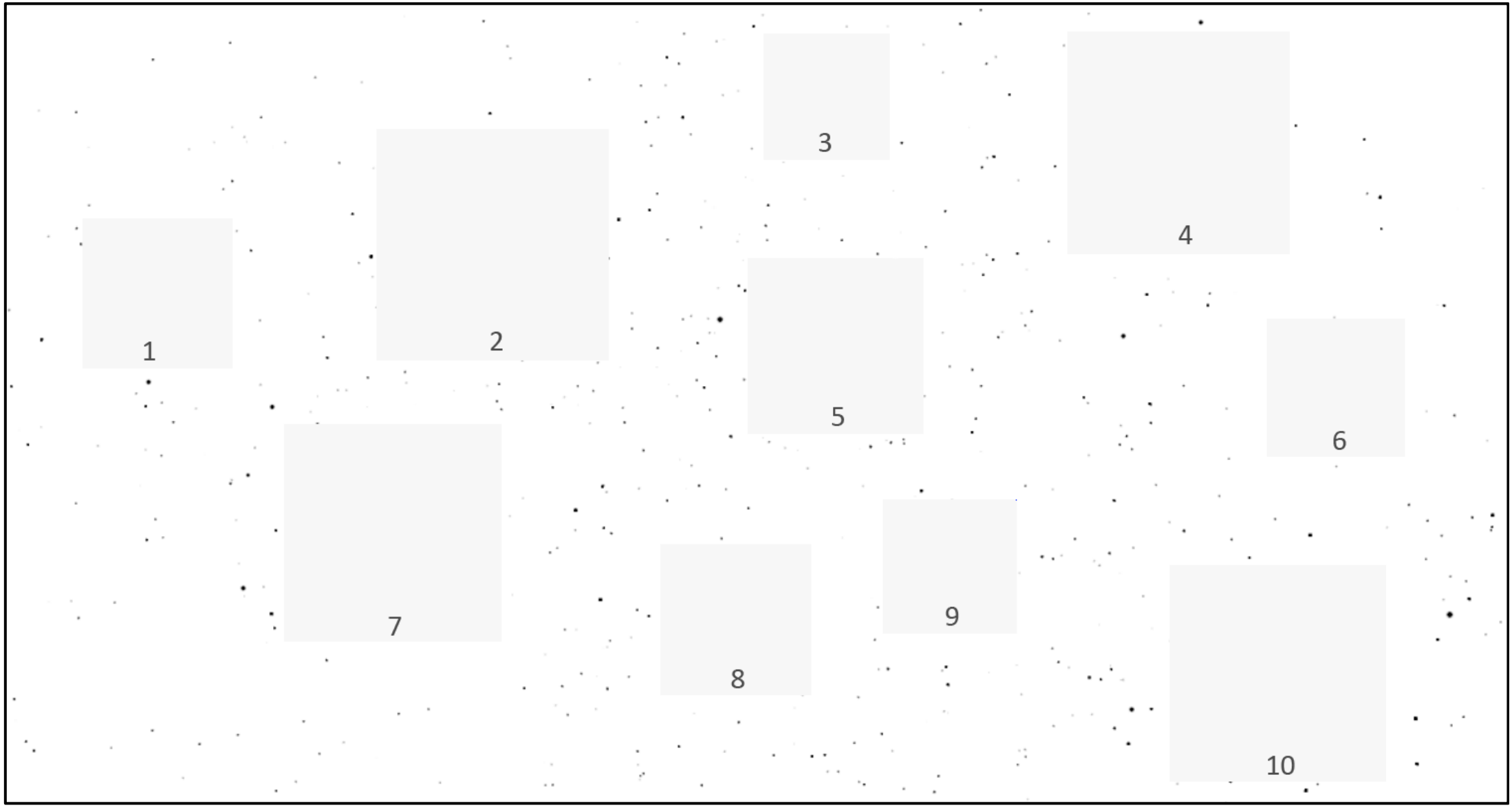
ج) **۱۰ جرم مسیه** را با علامت ⊕ **در شکل ۲** مشخص کرده و شماره‌ی مسیه‌ی آن‌ها را روی شکل بنویسید.

د) از میان ستارگان زیر، ۳ ستاره را **بر روی شکل ۲** با کشیدن علامت مربع (□) به دورشان مشخص کنید.

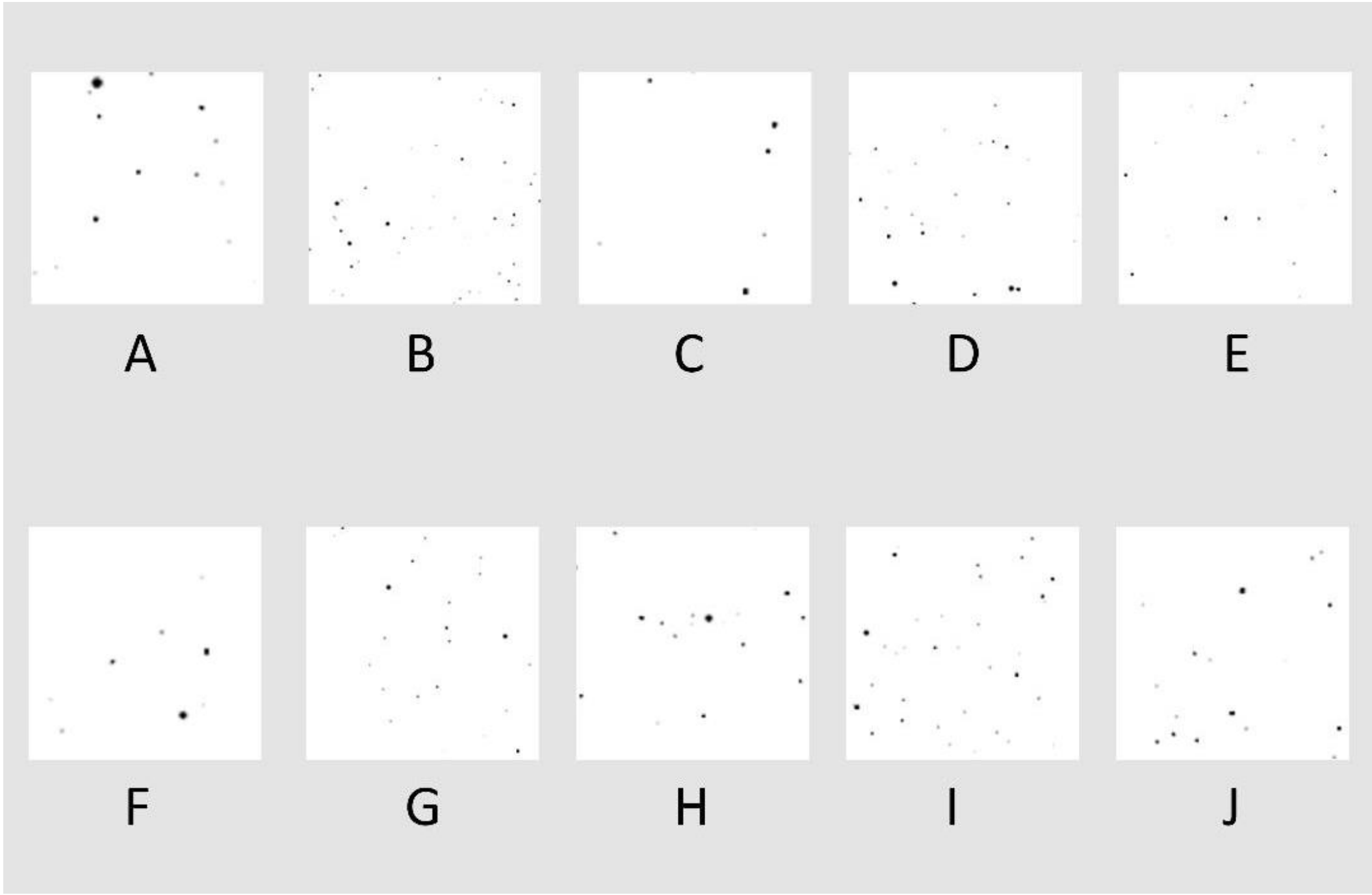
عناق الأرض (Almach)	رأس المثلث (Rasalmothallah)	الراعی (Er Rai)
مراق (Merak)	قلب الأسد (Regulus)	الحنا (Alhena)

هـ) **در جدول پاسخ‌نامه**، نام (بایر یا مستعار) دو ستاره و شماره‌ی یک جرم مسیه که پشت درخت بلند قرار دارند را بنویسید.

و) **در شکل ۲**، دور یکی قطب‌های مختصاتی علامت مثلث (△) بکشید و نام آن را روی شکل بنویسید.



نقشه‌ی ۱ – پازل سماوی

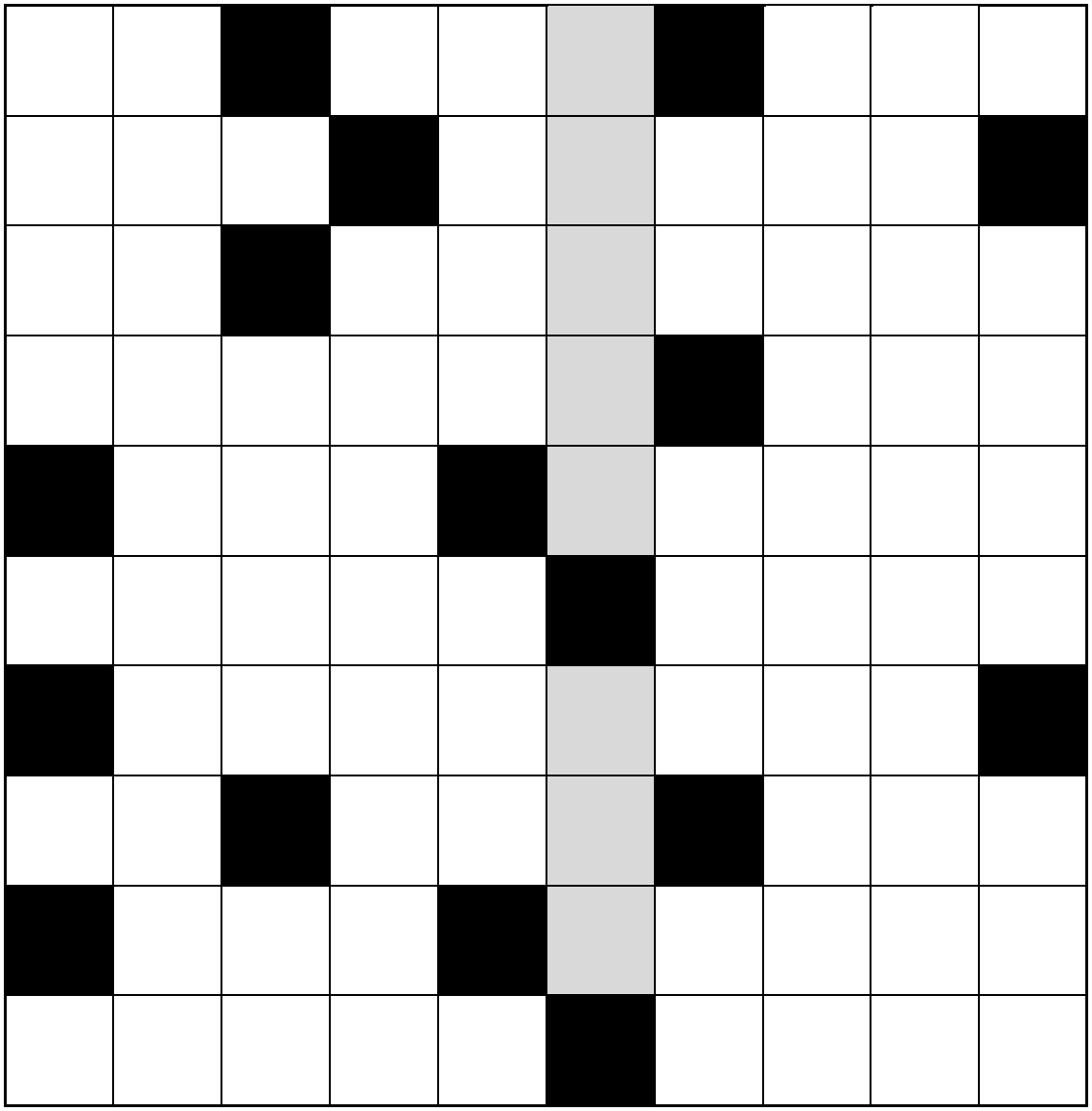


شکل ۱ – قطعه‌های پازل

رمز

جدول

↓



شکل ۲ – درخت مزاحم در مزرعه نو

بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملّی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی(ره)»

چهاردهمین دوره‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون‌های پایانی

آزمون رصد غیرمسلح

(۲۱ شهریور ۱۳۹۷ - ساعت ۱:۰۰ تا ۳:۲۵)

توجه: بارم سؤالات متفاوت است.

این صفحه عمداً خالی گذاشته شده است.

سؤال ۱: ردّ ستارگان II (۳۰ نمره) [طرّاح: سیّدامیرحسین موسوی، روزبه قادری]

با استفاده از تکنیک‌های ویژه‌ی عکاسی، تصویری از رد ستارگان آسمان[۱] تهیه کرده‌ایم. در این تکنیک، چندین فریم با زمان نوردهی یکسان را با هم ترکیب می‌کنیم تا یک فریم کلی که در آن مسیر هر یک از ستارگان آسمان دیده می‌شود، به دست آید.

شکل ۱، یک تصویر رد ستاره‌ای را نشان می‌دهد که آخرین فریم آن، با عبور دو شهاب از یک بارش شهابی هم‌زمان شده است. با توجه به آن و آسمان بالای سر خود به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) کانون بارش شهابی در کدام صورت فلکی قرار دارد؟ کانون بارش را با علامت ضربدر (×) **بر روی شکل ۱**، مشخص کنید.

ب) مختصات استوایی کانون بارش شهابی را گزارش کنید.

ج) رد یک ستاره‌ی پرنور از شکل حذف شده است. نام بایر و مستعار این ستاره را **در کادر زیر** بنویسید و نقاط ابتدایی و انتهایی رد آن را با علامت ⊗ **بر روی شکل ۱** مشخص کنید.

[۱] Star trails

د) مثلث کروی داخل سه نقطه‌ی کانون بارش، پرنورترین نقطه‌ی رد شهاب اول و پرنورترین نقطه‌ی رد شهاب دوم را در نظر بگیرید.

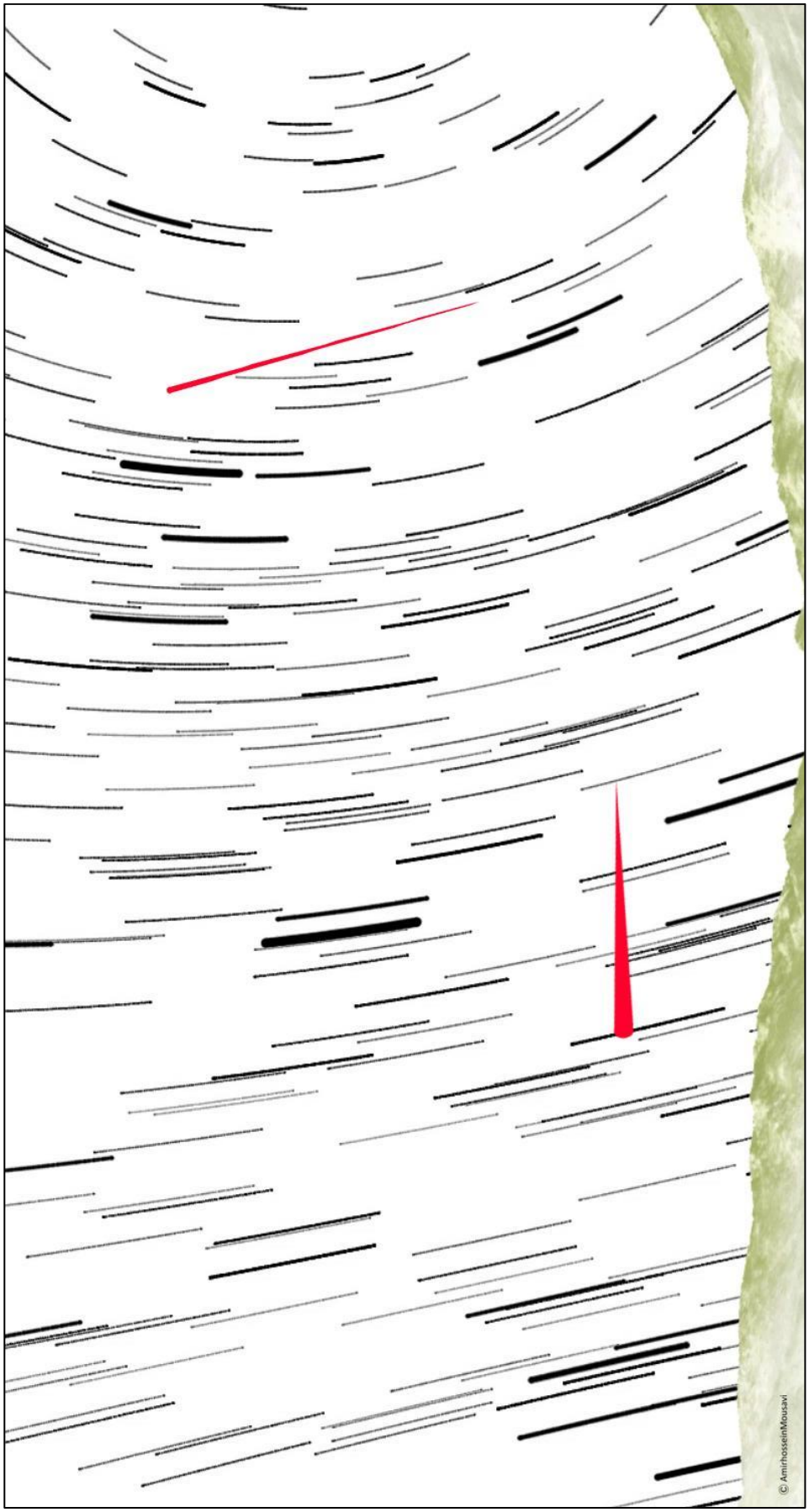
سه صورت فلکی نام ببرید که در آخرین فریم تصویر، حداقل یکی از ستاره‌هایشان داخل مثلث کروی مذکور قرار می‌گیرد.

پرنورترین ستاره در این مثلث کروی را نام ببرید.

هـ) کدام یک از قطب‌های مهم آسمان (استوایی، دایرهٔ البروجی و کهکشانی) در تصویر هستند؟ مکان آن‌ها را **بر روی شکل ۱** با توجه به فریم آخر با علامت △ مشخص کنید و نام قطب را در کنار علامت بنویسید.

و) عرض جغرافیایی ناظر را به طور تقریبی به دست آورید. روش کار خود را توضیح دهید.

ز) بازه‌ی زمانی بین اولین و آخرین عکسِ تصویر را محاسبه کنید. روش کار خود را توضیح دهید.



شکل ۱

سؤال ۲: قمر VAR (۲۵ نمره) [طرّاح: سیّدامیرحسین موسوی، وحید احمدی]

ناظری برای سپری کردن تعطیلات خود به قمر VAR، یکی از اقمار کشف نشده‌ی مشتری، سفر کرده است. او پس از فرود آمدن بر روی نقطه‌ای از استوای این قمر متوجه می‌شود که مشتری در سمت الرأس او قرار دارد و سایه‌ی قمر بر روی قرص مشتری افتاده است؛ سپس با دوربین خود تصویر بخشی از آسمان را ثبت می‌کند (شکل ۲). پس از گذشت مدتی، تصویر دیگری (شکل ۳) را از آسمان ثبت می‌کند. جهت حرکت قمر به دور مشتری همانند حرکت ماه به دور زمین است.

با توجه به فرض‌های زیر و آسمان بالای سرتان به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

- **مدار قمر VAR در صفحه‌ی استوایی مشتری قرار دارد و دچار قفل‌شدگی مداری شده است.**
- **فرض کنید صفحه‌ی مداری همه‌ی سیارات منظومه‌ی شمسی و این قمر مشترک است؛ اما این صفحه منطبق بر دایرهٔ البروج نیست.**
- **خط سیاه رنگ در دو تصویر، استوای مشتری است.**
- **فرض کنید طول جغرافیایی مرکز سایه بر روی مشتری صفر است.**

*** نیازی به رسم دقیق خطوط صورت‌های فلکی نیست.**

الف) محل قطب شمال مشتری را که هم‌اکنون در آسمان رؤیت می‌شود، به همراه صورت فلکی دربرگیرنده‌ی آن، **در کادر زیر** رسم[۱] کنید. نیازی به انجام دقیق رسم نیست.

[۱] Sketch

ب) در زمان ثبت شکل ۲، ناظری بر روی استوای مشتری در حال مشاهده‌ی طلوع خورشید است. او در نقطه‌ی غرب خود کدام صورت فلکی را در حال غروب می‌بیند؟

ج) اگر دوره‌ی تناوب این قمر ۱۰ روز باشد، اختلاف زمانی دو تصویر ثبت شده چه قدر است؟ (توجه داشته باشید هلال مشتری به طور شماتیک رسم شده است و نمی‌توان از روی آن داده‌ای اندازه گرفت.)

د) محل قطب شمال قمر VAR را که هم‌اکنون در آسمان رؤیت می‌شود، به همراه صورت فلکی دربرگیرنده‌ی آن، **در کادر زیر** رسم کنید. نیازی به انجام دقیق رسم نیست.

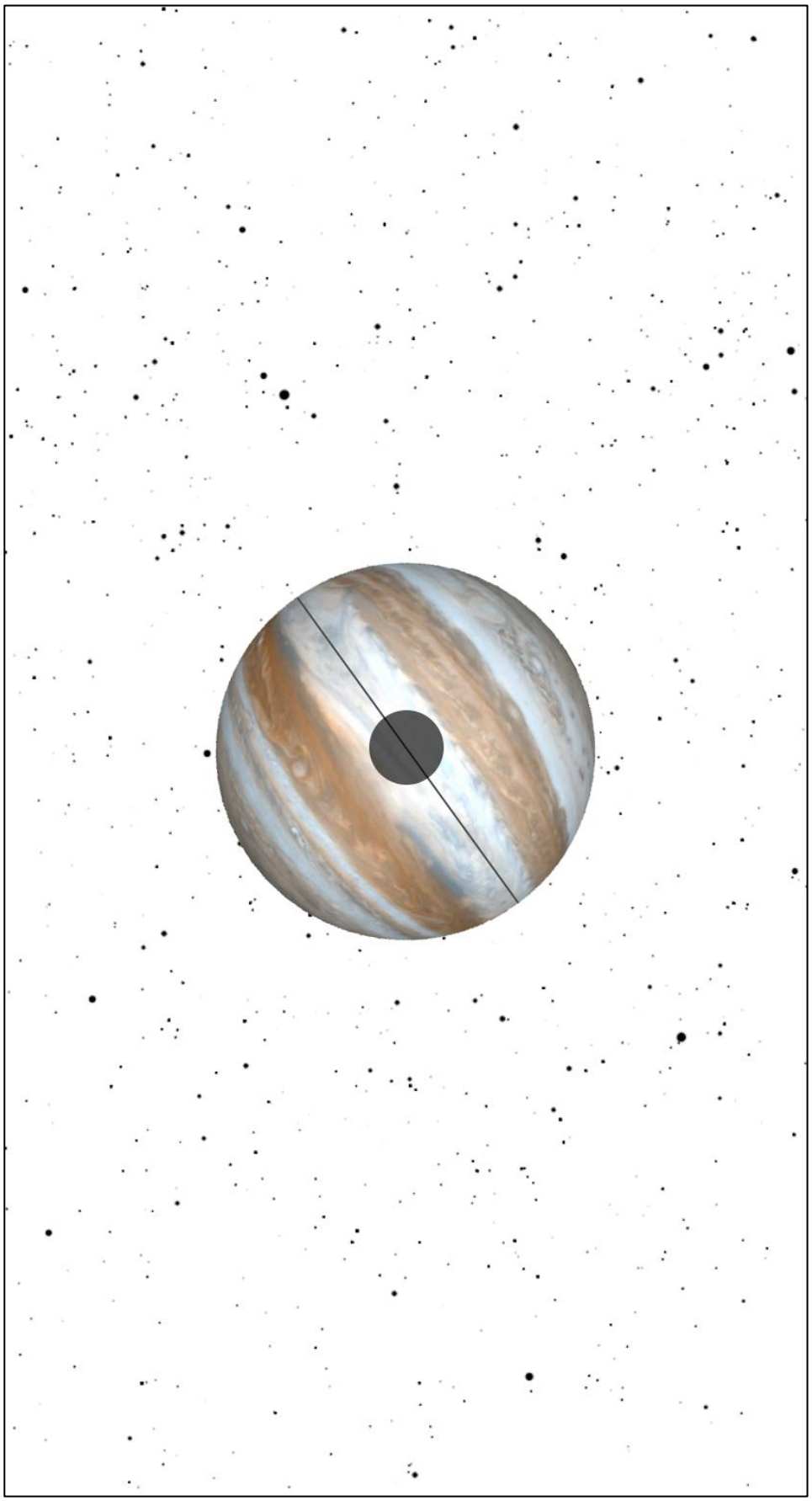
هـ) ناظری استوایی بر روی مشتری در طول جغرافیایی ۱۲۰ درجه‌ی غربی قرار دارد. ارتفاع سیاره‌ی زحل از دید او ۴۰ درجه است. زاویه ساعتی زحل برای ناظر در بازه‌ی ۱۸ ساعت تا ۲۴ ساعت است.

این ناظر سیاره‌ی زحل را در کدام صورت فلکی مشاهده می‌کند؟

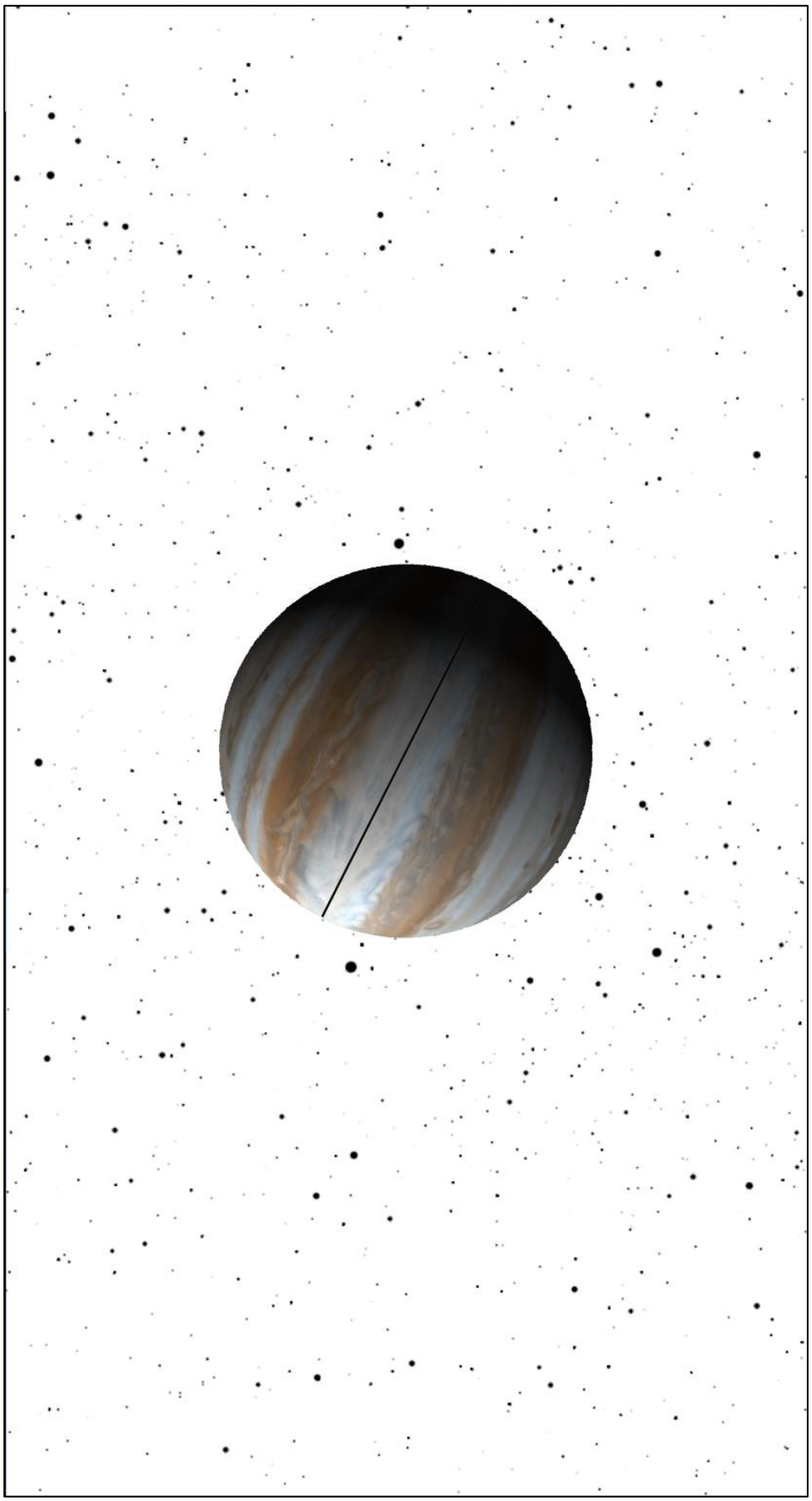
این صورت فلکی را **در کادر زیر** رسم کنید؛ سپس ستارگان آلفا و بتای این صورت فلکی را مشخص کرده و نام مستعار آن‌ها را بنویسید.

مکان زحل را **در کادر بالا** با علامت ☒ مشخص کنید.

و) زاویه ساعتی زحل از دید ناظر روی قمر VAR حدوداً چه قدر است؟ **راه حل خود را شرح دهید**.



شکل ۲



شکل ۳

سؤال ۳: دانش‌پژوه ناشی (۳۰ نمره) [طرّاح: سیّدامیرحسین موسوی، وحید احمدی]

دانش پژوهی یک تصویر از ستارگان آسمان (**نقشه‌ی ستارگان**) و یک تصویر از خطوط صورت‌های فلکی آسمان بدون ستارگان (**نقشه‌ی خطوط**) در اختیار داشته است و از او خواسته شده است که این دو تصویر را بر هم منطبق کند. شکل ۴ حاصل کار او است.

با کمی دقت متوجه می‌شویم که او کار خود را به درستی انجام نداده است و این دو تصویر دقیقاً بر هم منطبق نیستند.

الف) با توجه به شکل ۴، فاصله‌ی زاویه‌ای قطب شمال سماویِ[۱] نقشه‌ی خطوط از قطب شمال سماویِ نقشه‌ی ستارگان چند درجه است؟

ب) نام ۵ صورت فلکی که ستاره‌ی آلفای آن‌ها هم در نقشه‌ی خطوط و هم در نقشه‌ی ستارگان وجود داشته است را بنویسید.

ج) با توجه به شکل ۴، دایرهٔ البروجِ نقشه‌ی خطوط، در چه نقطه‌ای دایرهٔ البروجِ نقشه‌ی ستارگان را قطع می‌کند؟ آن را **بر روی شکل ۴** با علامت ⊗ نشان دهید.

[۱] NCP

د) با توجه به شکل ۴، عرض کهکشانی نقطه‌ی اعتدال پاییزیِ نقشه‌ی خطوط، در دستگاه مختصات کهکشانی نقشه‌ی ستارگان چند درجه است؟

هـ) با توجه به شکل ۴، میل ستاره‌ی بتای فرس اعظمِ نقشه‌ی ستارگان، در دستگاه مختصات استوایی نقشه‌ی خطوط چند درجه است؟

شکل ۴

سؤال ۴: مار و پلّه‌ی سماوی (۴۰ نمره) [طرّاح: سیّدامیرحسین موسوی، روزبه قادری]

فردی تصمیم می‌گیرد با دوستش بازی جالبی با آسمان انجام دهند. آن‌ها یک بازی شبیه مار و پله طراحی می‌کنند. این بازی شامل چند حرکت است که قوانین آن به صورت زیر است.

۱. نقطه‌ی شروع بازی، ستاره‌ی مرکب (Markab) است (مبدأ حرکت اول، این ستاره است.).

۲. اگر شماره‌ی حرکت، فرد باشد در عرق‌چینی به شعاع ۱۵° به **پرنورترین ستاره** می‌رویم.

۳. اگر شماره‌ی حرکت، زوج باشد در عرق‌چینی به شعاع ۲۰° به **پرنورترین ستاره** می‌رویم.

۴. هیچ ستاره‌ای دو بار انتخاب نمی‌شود و بازی زمانی تمام می‌شود که دیگر نتوان حرکتی انجام داد.

شما نیز بازی آن‌ها را انجام داده و سپس به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) در هر حرکت، **صورت فلکی**، **نام بایر** و **نام مستعار** ستاره‌ی مقصد را بنویسید.

بازی در کدام ستاره تمام می‌شود؟ تعداد حرکت‌های بازی چندتا است؟

ب) در هر حرکت، طول کمان عظیمه‌ی واصل دو ستاره‌ی مبدأ و مقصد را بنویسید.

ج) در هر حرکت، آیا کمان عظیمه‌ی واصل دو ستاره‌ی مبدأ و مقصد، دایره‌های عظیمه‌ی مهم آسمان (دایرهٔ البروج، استوای سماوی و استوای کهکشانی) را قطع می‌کند؟ در صورتی که پاسخ منفی است، بنویسید «**قطع نمی‌کند**» و در صورتی که پاسخ مثبت است، نام دایره یا دایره‌های عظیمه‌ی قطع شده را **در کادر زیر** بنویسید.

د) مسافت طی شده و جابه‌جایی در کل این بازی بر روی آسمان چند درجه است؟

هـ) ستاره‌ی مقصدِ کدام حرکت، کمترین میل را در بین ستارگان بازی دارد؟

و) اگر نقطه‌ی پایان بازی را به نقطه‌ی شروع بازی وصل کنیم، محدوده‌ی بسته‌ای تشکیل می‌شود که آن را **محدوده‌ی بازی** می‌نامیم. جرم‌های مسیه‌ی موجود در محدوده‌ی بازی را به همراه نوعشان بنویسید.

بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملّی پرورش استعدادهای درخشان و دانش‌پژوهان جوان

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی(ره)»

چهاردهمین دوره‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون‌های پایانی

آزمون رصد مسلح

(۲۲ و ۲۳ شهریور ۱۳۹۷ - ساعت ۰:۰۰ تا ۵:۰۰)

توجه: بارم سؤالات متفاوت است.

آزمون رصد مسلّح

شب اوّل – ایستگاه اوّل

(زمان: ۱۱ دقیقه)

عنوان ایستگاه: اجرام عمق آسمان

پیش از شروع، به نکات زیر توجّه کنید:

۱. در این ایستگاه علاوه بر سؤالات، یک چراغ قوّه و یک اطلس راهنمای آسمان در اختیار شما قرار گرفته است.

۲. تلسکوپ توسط ممتحنان هم‌خط و بالانس شده است. از آسیب رساندن به تلسکوپ و به هم‌زدن تنظیمات اوّلیّه‌ی آن اکیداً خودداری کنید. در صورت به هم خوردن تنظیمات اوّلیّه، زمان آزمون نگه داشته نخواهد شد.

۳. پیش از درخواست تأیید جرم، لازم است پیچ‌های تلسکوپ بسته شوند و جرم در ناحیه‌ی $۱/۲$ شعاع میدان دید قرار داده شود. اگر جرم در ناحیه‌ی مذکور نباشد، لازم است جهت ساعت نیز گزارش شود. در صورت براورده نشدن این شرایط، درخواست تأیید رد خواهد شد؛ حتی اگر جرم در میدان دید قرار داشته باشد.

ایستگاه ۱-۱ [طرّاح: وحید احمدی، روزبه قادری]

چهار مورد از اجرام عمقی و ستاره‌های دوتایی زیر را به ترتیب دلخواه خود انتخاب کرده و پس از قرار دادن در مرکز میدان دید چشمی تلسکوپ، برای تأیید به ناظر نشان دهید.

در صورتی که موفق به دریافت تأیید برای هر چهار مورد شوید، می‌توانید بخش امتیازی را که از صفحه‌ی بعد آغاز می‌شود انجام دهید.

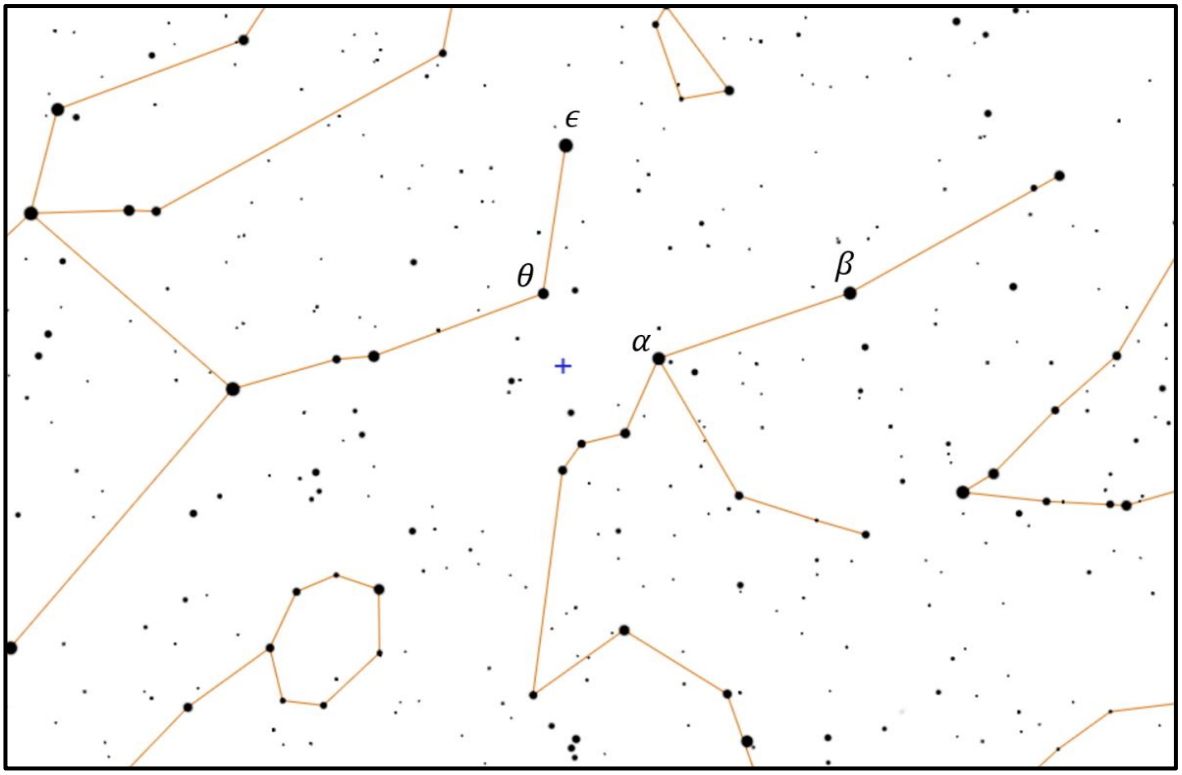
نام جرم	تأیید ناظر (اوّلین اقدام) ٪۱۰۰ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (دوّمین اقدام) ٪۸۰ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (سوّمین اقدام) ٪۵۰ نمره‌ی کامل
M 52	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
59 And (صفحه‌ی N0)	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
M 76	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
8 Lac (صفحه‌ی N24)	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
NGC 1023	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا

بخش امتیازی

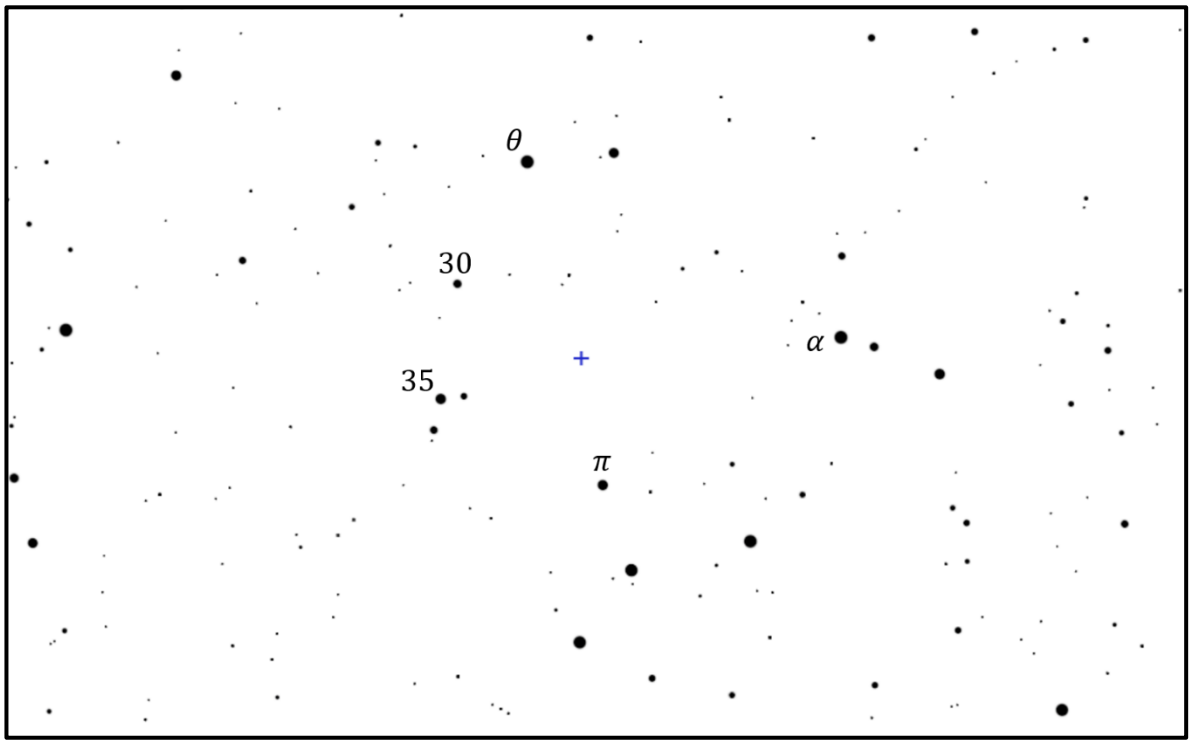
علامت + در نقشه‌های ۱ تا ۴ محل قرارگیری یکی از ستارگان مهم آسمان است که ستاره‌ی فروزان نام دارد.

ستاره‌ی فروزان را به مرکز میدان دید چشمی تلسکوپ آورده و برای تأیید به ناظر نشان دهید.

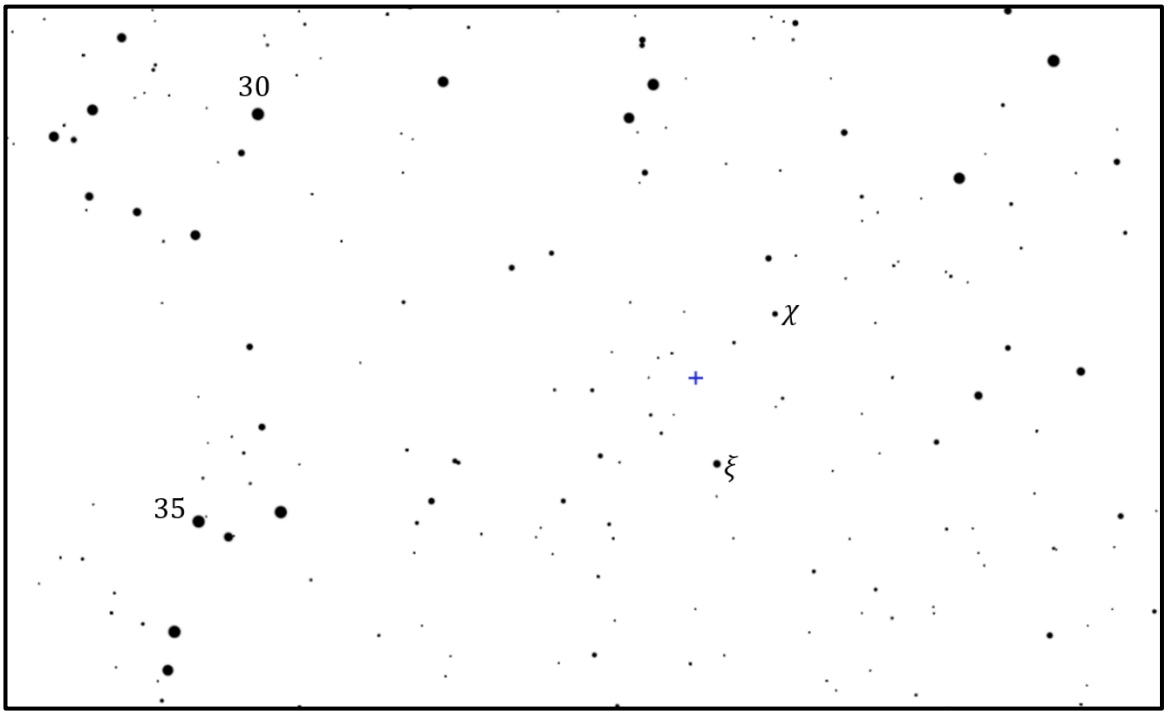
نام جرم	تأیید ناظر (اوّلین اقدام) **۱۰۰**٪ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (دوّمین اقدام) **۸۰**٪ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (سوّمین اقدام) **۵۰**٪ نمره‌ی کامل
ستاره‌ی فروزان	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا



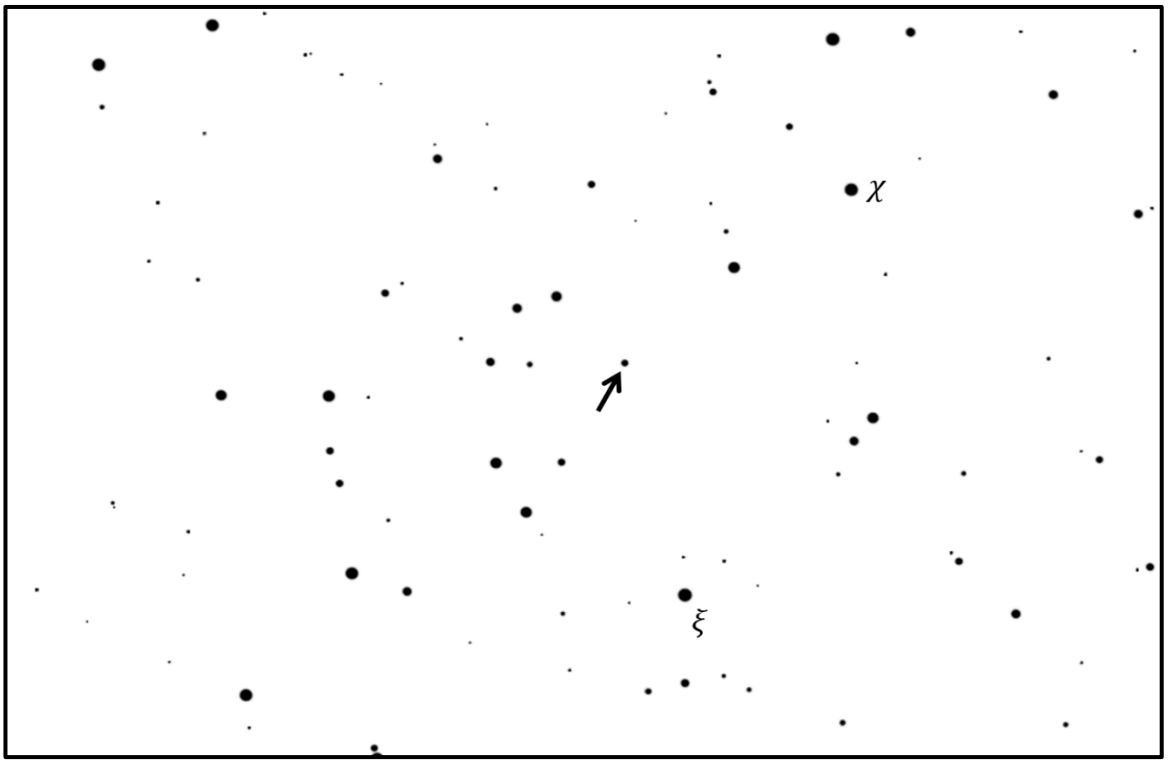
نقشه‌ی ۱



نقشه‌ی ۲



نقشه‌ی ۳



نقشه‌ی ۴

آزمون رصد مسلّح

شب اوّل – ایستگاه دوّم

(زمان: ۱۱ دقیقه)

عنوان ایستگاه: صورت‌واره

پیش از شروع، به نکات زیر توجّه کنید:

۱. در این ایستگاه علاوه بر سؤالات، یک چراغ قوّه و یک نقّاله در اختیار شما قرار گرفته است.

۲. تلسکوپ توسط ممتحنان هم‌خط شده است. از آسیب رساندن به تلسکوپ و به هم‌زدن تنظیمات اوّلیّه‌ی آن اکیداً خودداری کنید. در صورت به هم خوردن تنظیمات اوّلیّه، زمان آزمون نگه داشته نخواهد شد.

۳. پیش از درخواست تأیید، لازم است پیچ‌های تلسکوپ بسته شوند و همه‌ی صورت‌واره داخل میدان دید قرار داشته باشد. در غیر این صورت، درخواست تأیید رد خواهد شد؛ حتی اگر بخشی از صورت‌واره در میدان دید قرار داشته باشد.

۴. پاسخ هر قسمت را در کادر مربوط به خودش بنویسید.

ایستگاه ۱-۲ [طرّاح: محمّدهادی ستوده، سیّدشایان خالویی]

در منطقه‌ای از آسمان که در نقشه‌های ۱ و ۲ با علامت ◯ مشخص شده است، تعدادی عضو وجود دارد که صورت‌واره‌ی قاشق و کاسه نامیده می‌شوند.

الف) با توجه به نقشه‌های ۱، ۲ و ۳، صورت‌واره‌ی قاشق و کاسه را در میدان دید چشمی تلسکوپ قرار دهید و پس از سفت کردن پیچ‌های تلسکوپ آن را برای تأیید به ناظر نشان دهید. توجه کنید که تمامی اعضای اصلی صورت‌واره در میدان دید قرار داشته باشند.

تأیید ناظر

محلّ امضا

ب) قدر چند عضو از صورت‌واره‌ی قاشق و کاسه در نقشه‌ی ۳ آمده است. قدر اعضای زیر را تخمین بزنید. دقت کنید اندازه‌ی اعضای این صورت‌واره در نقشه‌ی ۳ تغییر داده شده است.

	A
	B
	C

ج) یکی از اعضای اصلی این صورت‌واره (عضوهایی که در نقشه‌ی ۳ با خط به هم وصل شده‌اند)، یک سحابی سیاره‌نما (PN) است. در نقشه‌ی ۳ دور آن علامت □ بکشید.

د) قدر سحابی سیاره‌نما را تخمین بزنید. (راهنمایی: می‌توانید از به هم زدن فوکوس تلسکوپ استفاده کنید.)

	قدر PN

هـ) اگر سحابی سیاره‌نما را مبدأ در نظر بگیریم، به زاویه‌ی بین جهت یک نقطه و جهت جنوب، زاویه‌ی موقعیّت (Position Angle) گفته می‌شود. این زاویه از جنوب به سمت شرق اندازه گرفته می‌شود.

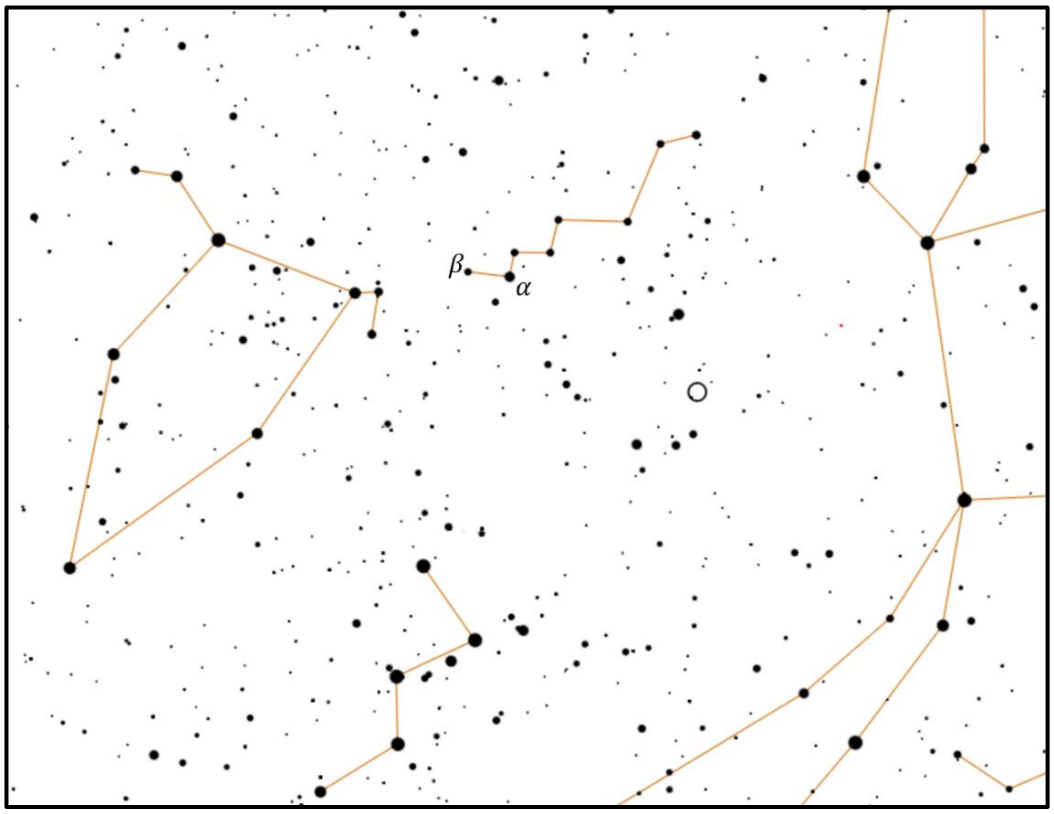
جهت جنوب را با یک بردار (↗) به مبدأ سحابی سیاره نما روی نقشه‌ی ۳ نشان دهید.

زاویه‌ی موقعیّت عضو C را به دست آورده و در کادر زیر بنویسید. می‌توانید از نقّاله‌ای که در اختیارتان قرار گرفته است استفاده کنید.

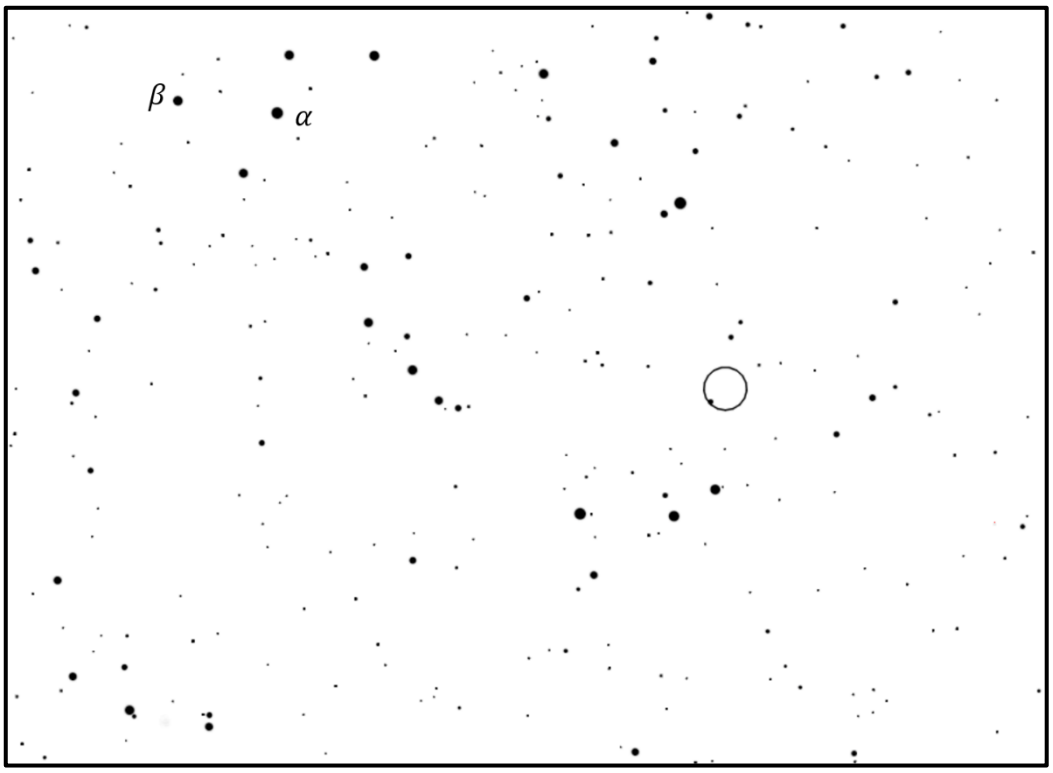
مقدار PA

و) در نقشه‌ی ۴، جدایی زاویه‌ای تعدادی از اعضای میدان دید در واحدی دلخواه داده شده است (خطوط پررنگ). **شعاع میدان دید** را برآورد کنید و در کادر زیر بنویسید.

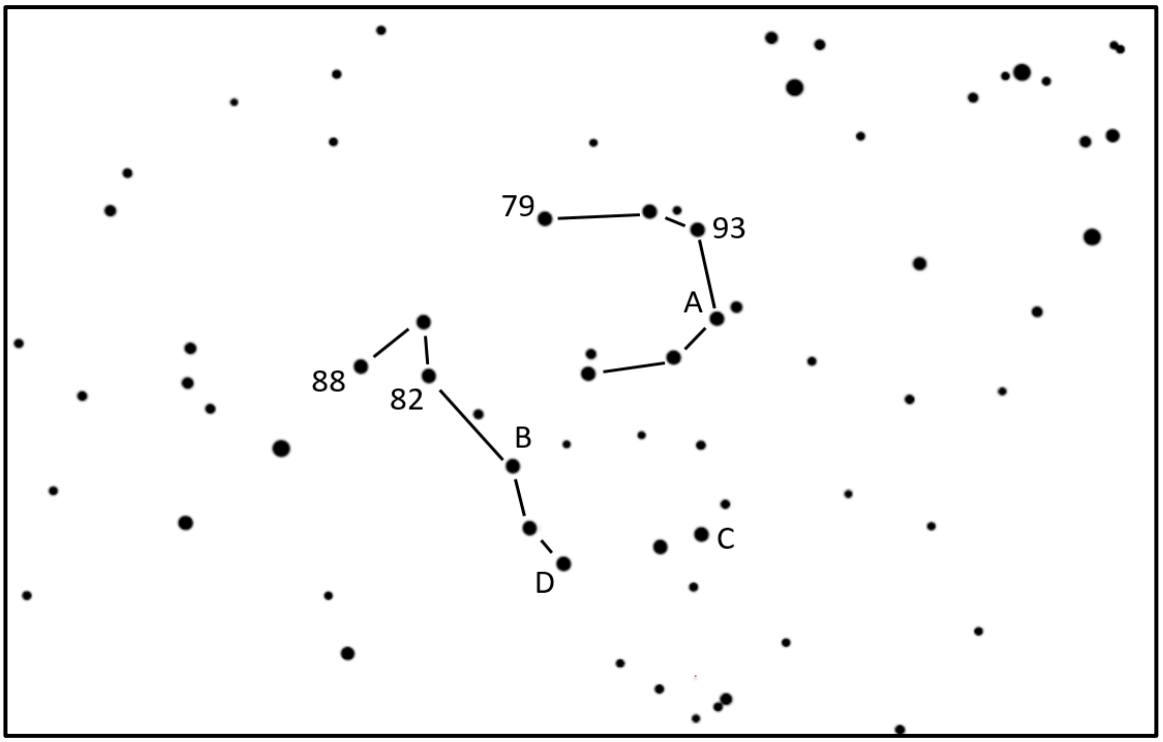
شعاع FOV



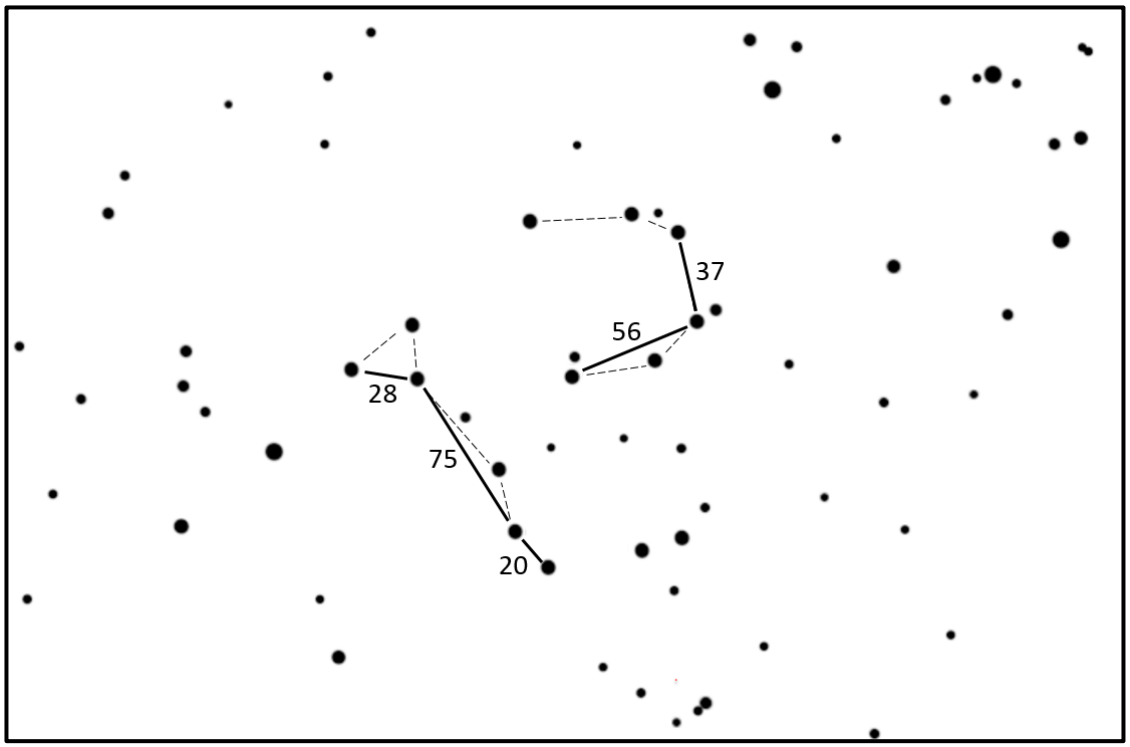
نقشه‌ی ۱



نقشه‌ی ۲



نقشه‌ی ۳



نقشه‌ی ۴

آزمون رصد مسلّح

شب اوّل – ایستگاه سوّم

(زمان: ۱۰ دقیقه)

عنوان ایستگاه: قطبی کردن و کار با طوقه

پیش از شروع، به نکات زیر توجّه کنید:

۱. در این ایستگاه علاوه بر سؤالات، یک چراغ قوّه در اختیار شما قرار گرفته است.

۲. تلسکوپ توسط ممتحنان هم‌خط و بالانس و دوربین قطبی‌بین آن فوکوس شده است. از آسیب رساندن به تلسکوپ و به هم‌زدن تنظیمات اوّلیّه‌ی آن اکیداً خودداری کنید. در صورت به هم خوردن تنظیمات اوّلیّه، زمان آزمون نگه داشته نخواهد شد.

۳. پاسخ هر قسمت را در کادر مربوط به خودش بنویسید.

۴. در صورت استفاده از زاویه‌سنجی با دست، نمره‌ی بخش کار با طوقه، صفر منظور خواهد شد.

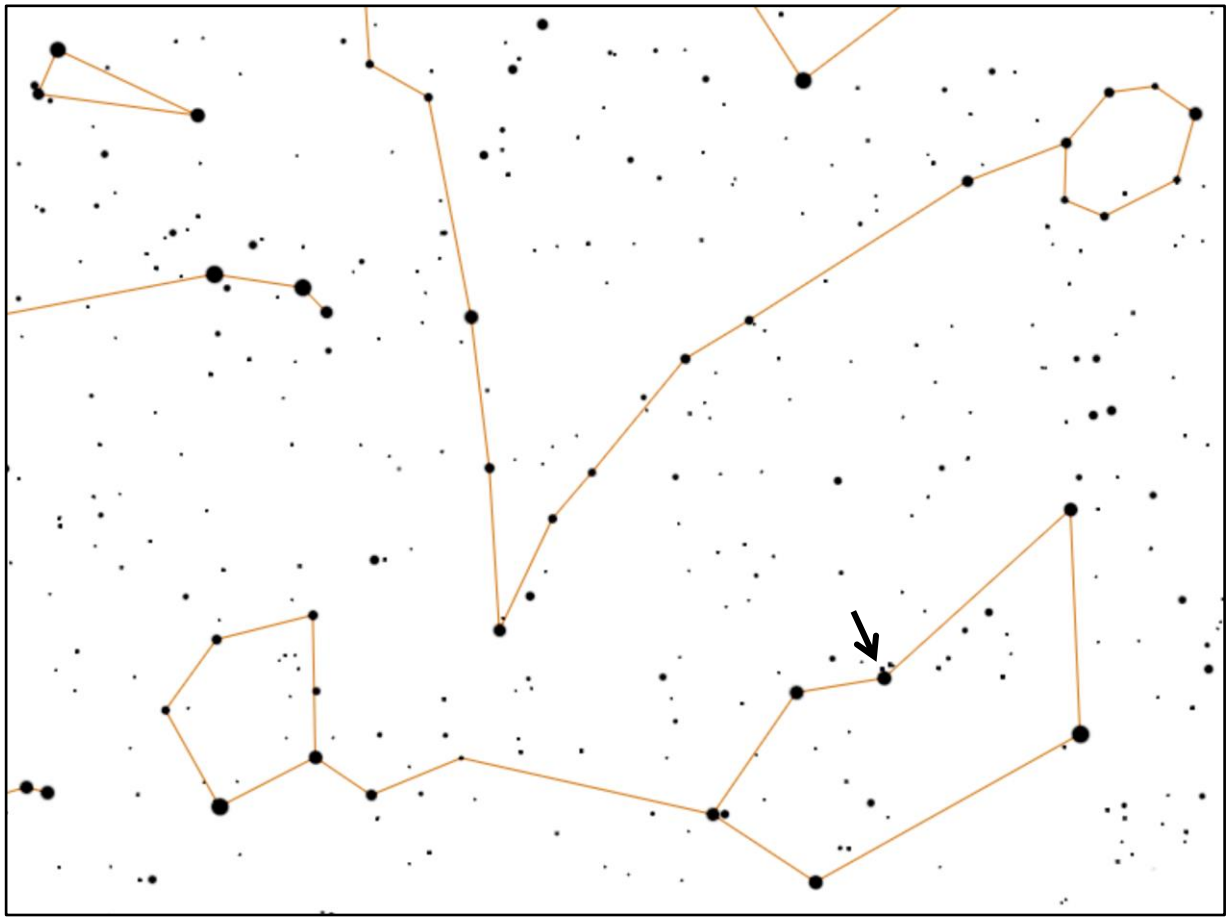
ایستگاه ۱-۳ [طرّاح: محمّدهادی ستوده]

الف) تلسکوپ را با استفاده از قطبی‌بین (Polarscope) قطبی کرده و برای تأیید به ناظر نشان دهید.

تأیید ناظر (اوّلین اقدام) ۱۰۰٪ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (دوّمین اقدام) ۸۰٪ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (اقدام‌های بعدی) ۶۰٪ نمره‌ی کامل
محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا

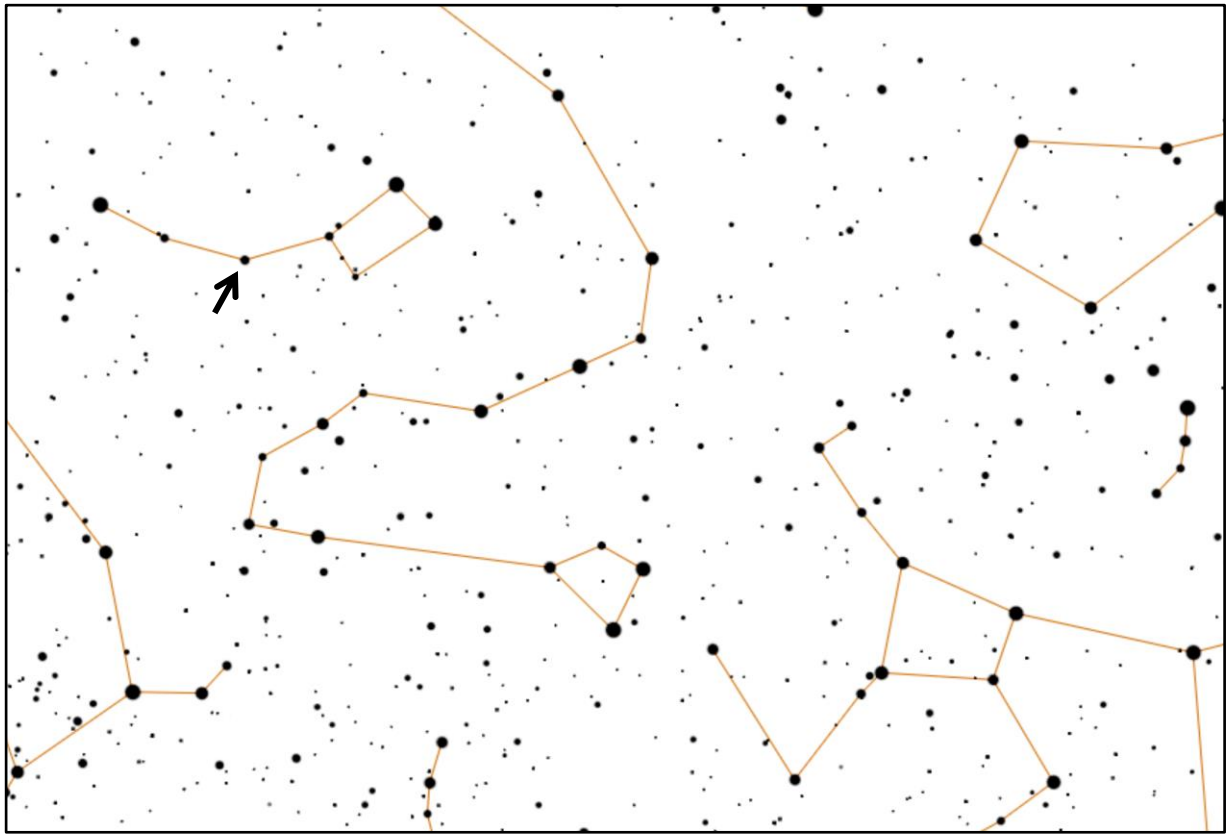
جدول زیر، موقعیت و مختصات استوایی یک ستاره را نشان می‌دهد.

طوقه‌های تلسکوپ را به کمک آن کالیبره کنید.



میل: -۱۰°	**بُعد:** $۱^{h}\ ۱۰^{m}$

ب) جدول زیر، موقعیت یک ستاره را نشان می‌دهد. مختصات استوایی آن را اندازه گرفته و در کادر زیر بنویسید



میل:	**بُعد:**

آزمون رصد مسلّح

شب دوّم – ایستگاه اوّل

(زمان: ۱۱ دقیقه)

عنوان ایستگاه: اجرام عمق آسمان

پیش از شروع، به نکات زیر توجّه کنید:

۱. در این ایستگاه علاوه بر سؤالات، یک چراغ قوّه و یک اطلس راهنمای آسمان در اختیار شما قرار گرفته است.

۲. تلسکوپ توسط ممتحنان هم‌خط شده است. از آسیب رساندن به تلسکوپ و به هم‌زدن تنظیمات اوّلیّه‌ی آن اکیداً خودداری کنید. در صورت به هم خوردن تنظیمات اوّلیّه، زمان آزمون نگه داشته نخواهد شد.

۳. پیش از درخواست تأیید جرم، لازم است پیچ‌های تلسکوپ بسته شوند و جرم در ناحیه‌ی $۱/۲$ شعاع میدان دید قرار داده شود. اگر جرم در ناحیه‌ی مذکور نباشد، لازم است جهت ساعت نیز گزارش شود. در صورت براورده نشدن این شرایط، درخواست تأیید رد خواهد شد؛ حتی اگر جرم در میدان دید قرار داشته باشد.

ایستگاه ۲-۱ [طرّاح: روزبه قادری، وحید احمدی]

اجرام عمقی و ستاره‌های دوتایی زیر را به ترتیب دلخواه خود انتخاب کرده و پس از قرار دادن در مرکز میدان دید چشمی تلسکوپ، برای تأیید به ناظر نشان دهید.

در صورتی که موفق به دریافت تأیید برای هر چهار مورد شوید، می‌توانید بخش امتیازی را که از صفحه‌ی بعد آغاز می‌شود انجام دهید.

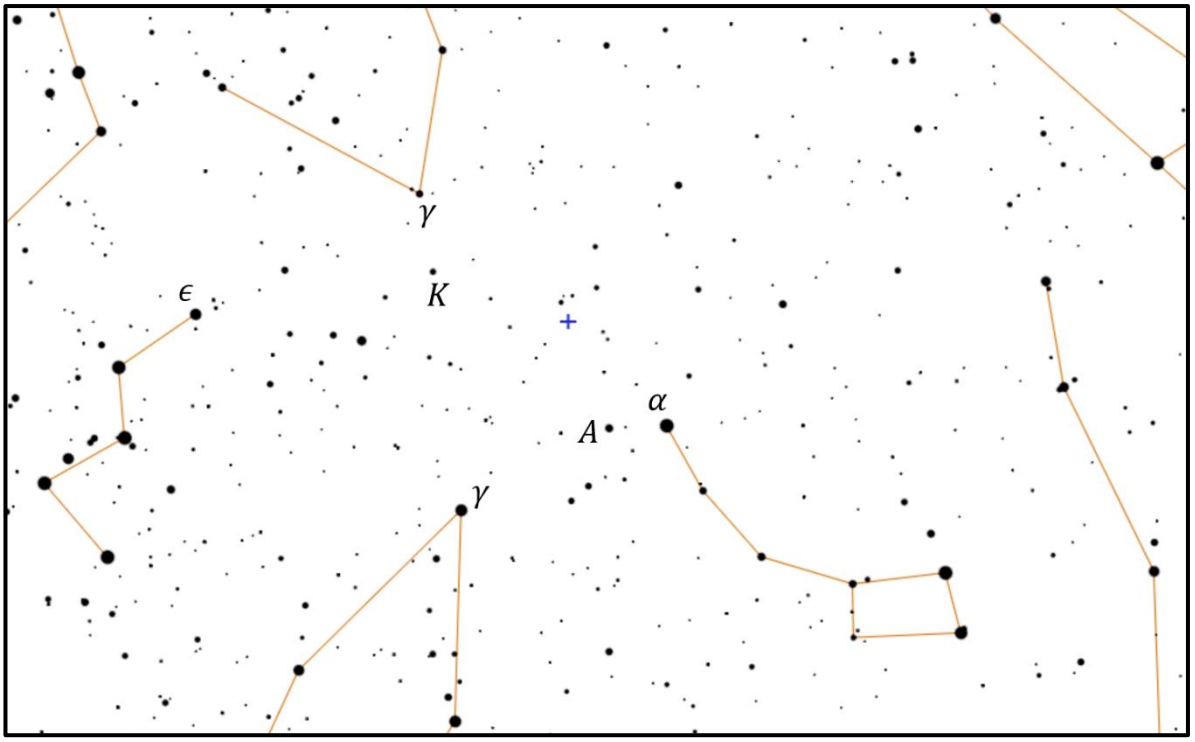
نام جرم	تأیید ناظر (اوّلین اقدام) ٪۱۰۰ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (دوّمین اقدام) ٪۸۰ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (سوّمین اقدام) ٪۵۰ نمره‌ی کامل
M 74	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
41 Dra (صفحه‌ی NP)	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
ζ Psc (صفحه‌ی E1)	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
NGC 559	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا

بخش امتیازی

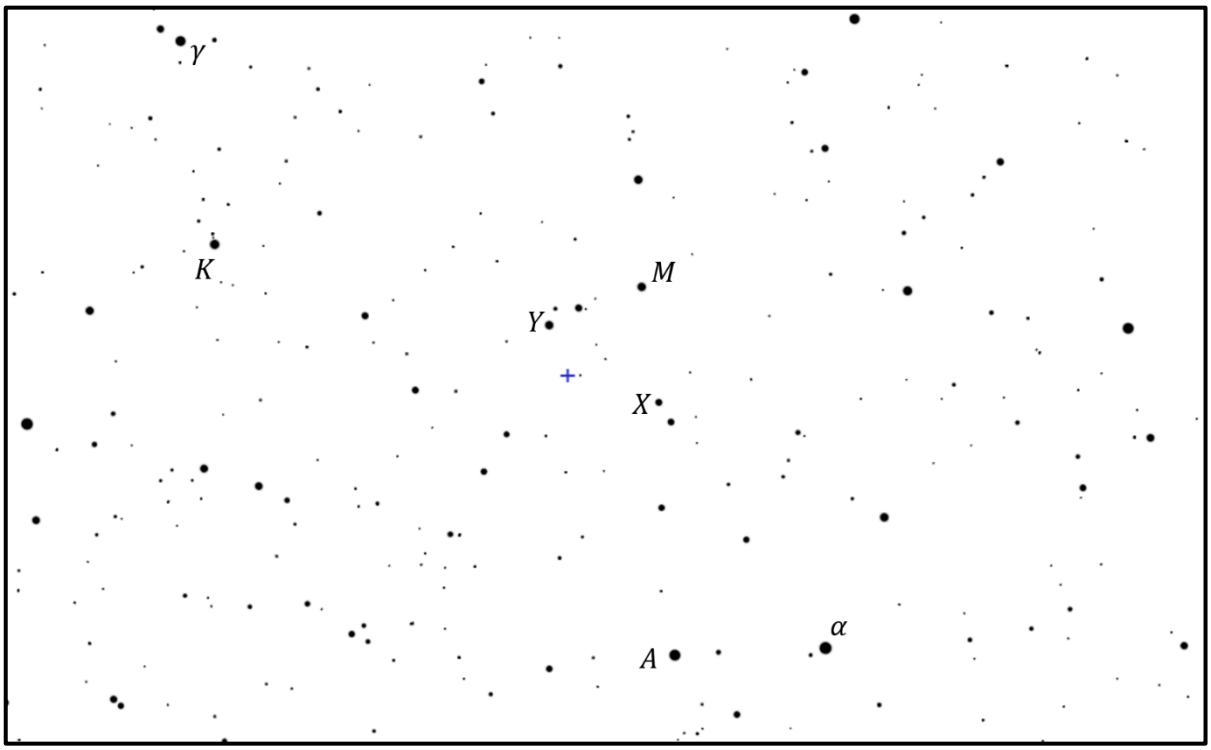
زمانی که عطا مرادی مشغول طرح سؤال برای آزمون‌های تئوری پایان دوره بود، با بررسی اطلاعات ماهواره‌ها متوجه شد که برخورد دو ماهواره به یک‌دیگر، منجر به آزادسازی یک زباله‌ی فضایی شده است. در نقشه‌های ۱ تا ۴ محل قرارگیری این زباله‌ی فضایی با علامت + مشخص شده است.

زباله‌ی فضایی را به مرکز میدان دید چشمی تلسکوپ آورده و برای تأیید به ناظر نشان دهید.

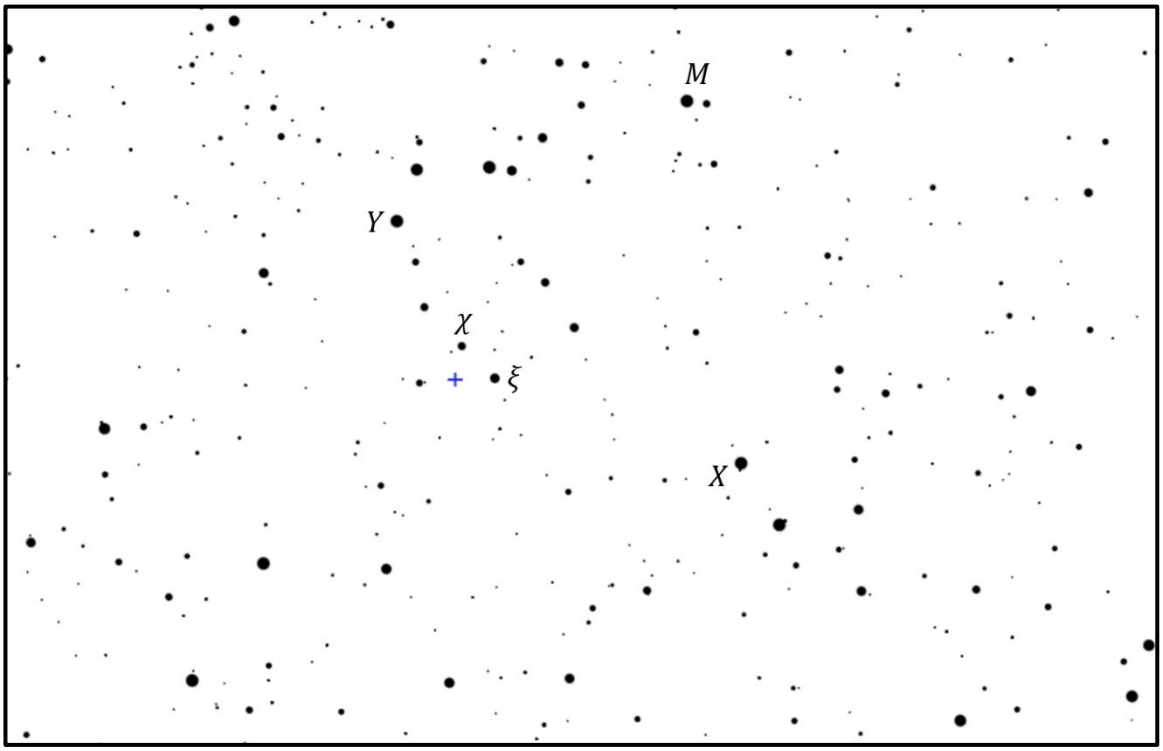
نام جرم	تأیید ناظر (اوّلین اقدام) ٪۱۰۰ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (دوّمین اقدام) ٪۸۰ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (سوّمین اقدام) ٪۵۰ نمره‌ی کامل
زباله‌ی فضایی	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا



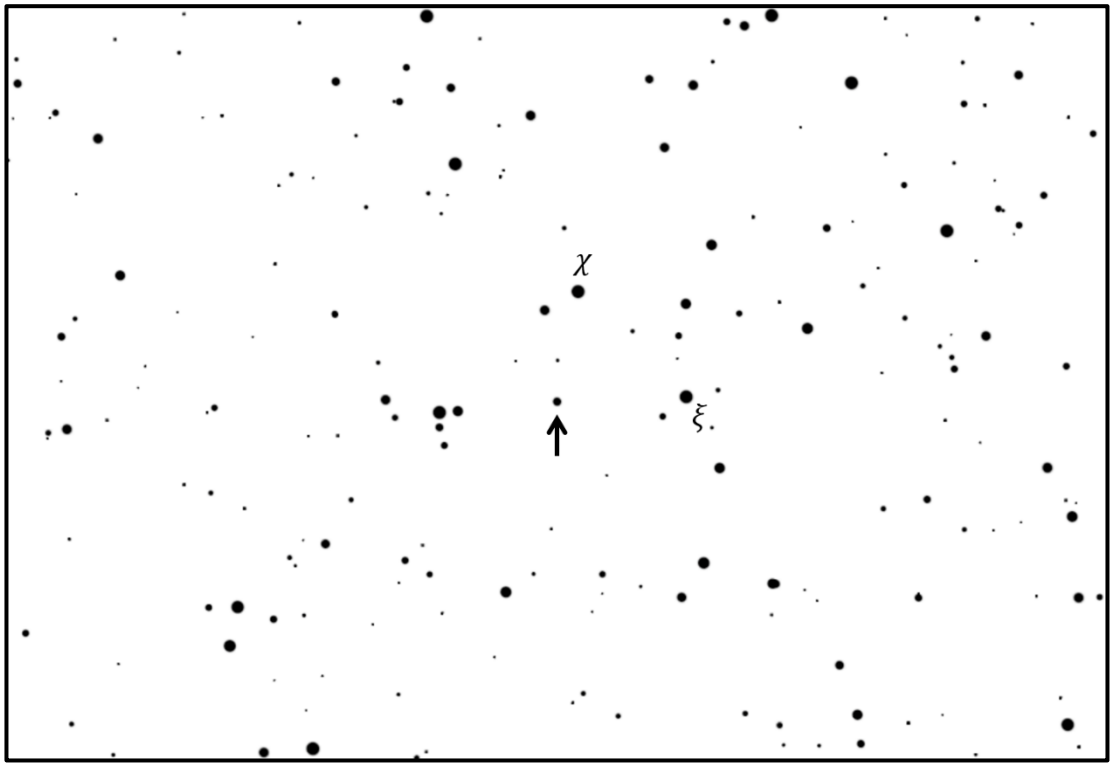
نقشه‌ی ۱



نقشه‌ی ۲



نقشه‌ی ۳



نقشه‌ی ۴

آزمون رصد مسلّح

شب دوّم – ایستگاه دوّم

(زمان: ۱۴ دقیقه)

پیش از شروع، به نکات زیر توجّه کنید:

۱. این ایستگاه شامل ۲ بخش مجزّا است (۱۱ دقیقه و ۳ دقیقه).

۲. در این ایستگاه علاوه بر سؤالات، یک ماشین حساب CASIO $fx-82MS$، یک چراغ قوّه و یک پرگار در اختیار شما قرار گرفته است.

۳. تلسکوپ توسط ممتحنان هم‌خط و بالانس شده است. از آسیب رساندن به تلسکوپ و به هم‌زدن تنظیمات اوّلیّه‌ی آن اکیداً خودداری کنید. در صورت به هم خوردن تنظیمات اوّلیّه، زمان آزمون نگه داشته نخواهد شد.

۴. پیش از درخواست تأیید جرم، لازم است پیچ‌های تلسکوپ بسته شوند و جرم در ناحیه‌ی $۱/۲$ شعاع میدان دید قرار داده شود. اگر جرم در ناحیه‌ی مذکور نباشد، لازم است جهت ساعت نیز گزارش شود. در صورت براورده نشدن این شرایط، درخواست تأیید رد خواهد شد؛ حتی اگر جرم در میدان دید قرار داشته باشد.

ایستگاه ۲-۲ [طرّاح: سعید حجّتی‌نژاد، سیّدامیرحسین موسوی]

بخش اوّل (۱۱ دقیقه)

ناظری که در آزمون غیرمسلح به قمر VAR سفر کرده بود، از آن‌جا به سیاره‌ی T-Reng سفر می‌کند. این سیاره به دور خورشید می‌گردد و **جهت** گردش وضعی، حرکت انتقالی و حرکت تقدیمی آن، مانند زمین است.

در این قمر قطب شمال سماوی در ۵۰۰۰ سال بعد بر روی ستاره‌ی الفرتز (آلفا-آندرومدا) و قطب شمال مداری (K) بر روی ستاره‌ی مرکب (آلفا-فرس اعظم) قرار خواهد گرفت. دوره‌ی تناوب حرکت تقدیمی این سیاره ۱۳۰۰۰ سال است.

در صفحه‌ی ۴، یک نقشه‌ی کمکی در اختیارتان قرار گرفته است.

الف) مساحت مثلث کروی با سه رأس قطب شمال مداری (K) ، قطب شمال سماوی (قطب در زمان حال) و ستاره‌ی کف (آلفا-ذات‌الکرسی) را محاسبه کنید و در کادر زیر بنویسید.

محل نوشتن راه حل

ب) از دید ناظران زمینی، بعد و میل قطب شمال سماوی سیاره‌ی T-Reng چه قدر است؟ راه حل خود را شرح دهید.

محل نوشتن راه حل

ج) برای ناظران ساکن در عرض جغرافیایی ۱۵ درجه‌ی شمالی سیاره‌ی T-Reng کدام اجرام مسیه دور قطبی هستند؟ آن‌ها را در لیست زیر بنویسید.

توجه کنید که تعداد ردیف‌های این جدول لزوماً با تعداد جرم‌ها برابر نیست.

ردیف	نام جرم	تأیید ناظر (اوّلین اقدام) ٪۱۰۰ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (دوّمین اقدام) ٪۸۰ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (سوّمین اقدام) ٪۵۰ نمره‌ی کامل
۱		محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
۲		محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
۳		محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
۴		محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
۵		محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا

بخش دوّم (۳ دقیقه)

اجرامی که در لیست بخش اوّل نوشته بودید را به ترتیب دلخواه خود انتخاب کرده و پس از قرار دادن در مرکز میدان دید چشمی تلسکوپ، برای تأیید به ناظر نشان دهید.

نقشه‌ی کمکی

آزمون رصد مسلّح

شب دوّم – ایستگاه سوّم

(زمان: ۱۱ دقیقه)

عنوان ایستگاه: کار با طوقه

پیش از شروع، به نکات زیر توجّه کنید:

۱. در این ایستگاه علاوه بر سؤالات، یک ماشین حساب CASIO $fx-991ES\ Plus$، یک چراغ قوّه و یک رایانه که زمان را نشان می‌دهد در اختیار شما قرار گرفته است.

۲. تلسکوپ توسط ممتحنان هم‌خط، بالانس و قطبی شده است. از آسیب رساندن به تلسکوپ و به هم‌زدن تنظیمات اوّلیّه‌ی آن اکیداً خودداری کنید. در صورت به هم خوردن تنظیمات اوّلیّه، زمان آزمون نگه داشته نخواهد شد.

۳. پاسخ هر قسمت را در کادر مربوط به خودش بنویسید.

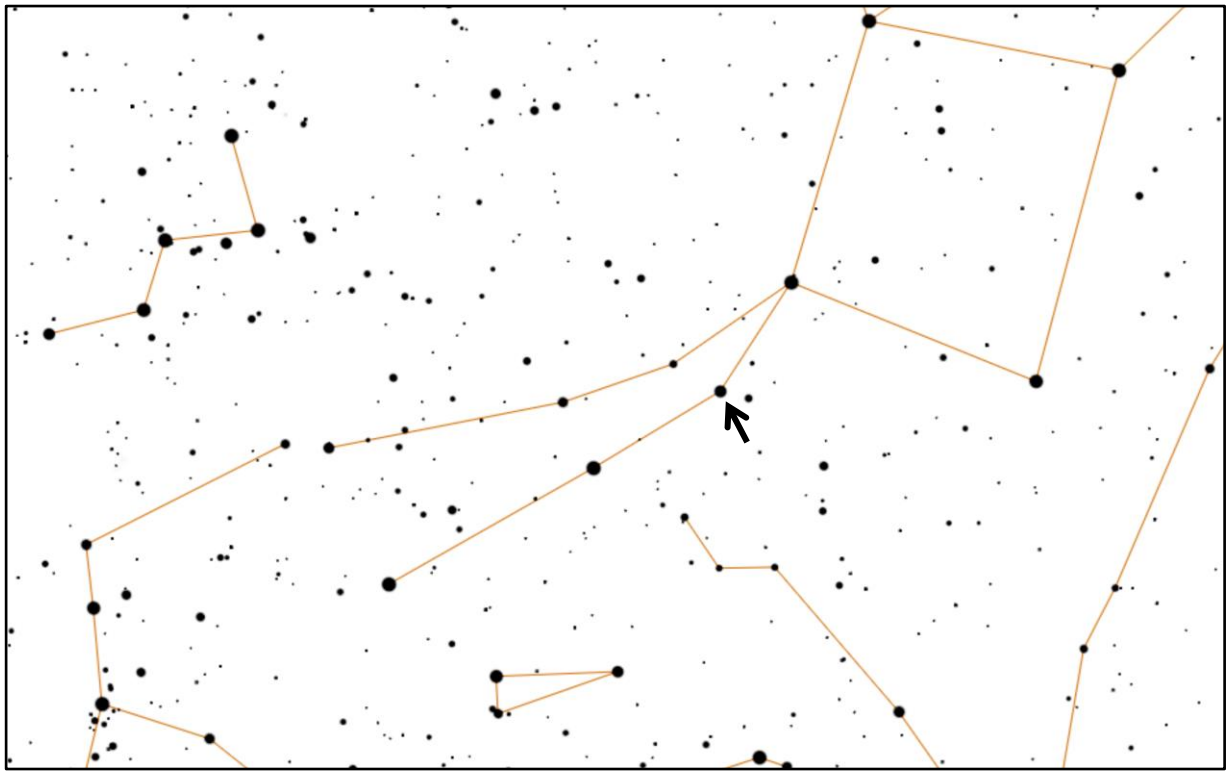
۴. در صورت استفاده از زاویه‌سنجی با دست، نمره‌ی این ایستگاه، صفر منظور خواهد شد.

ایستگاه ۲-۳ [طرّاح: محمّدهادی ستوده]

در این ایستگاه، شما تلسکوپ را به صورت قطبی شده دریافت می‌کنید. هم‌چنین **طوقه‌ی زاویه ساعتی** تنظیم (کالیبره) شده است.

عرض جغرافیایی مزرعه نو $\varphi = ۳۲^{\circ}/۴$ است.

جدول زیر، موقعیت و مختصات استوایی یک ستاره را نشان می‌دهد.



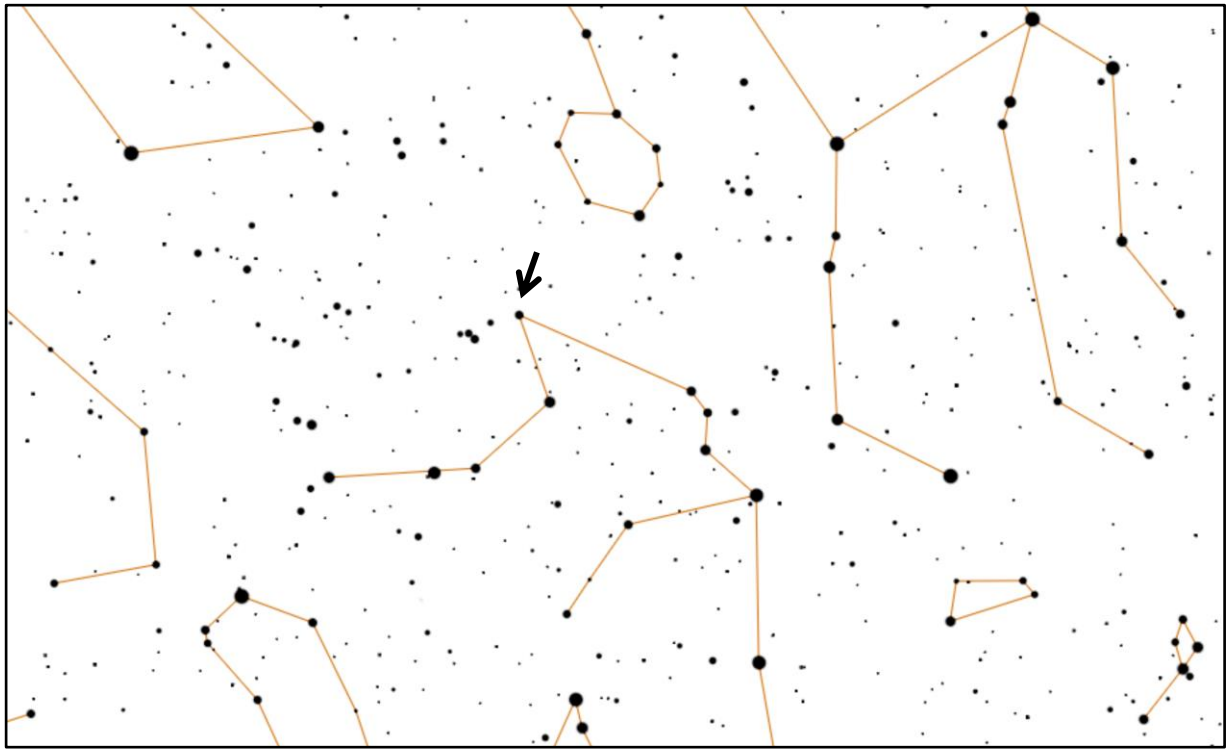
میل: ۳۱°	**بُعد:** $.^{h}\ ۴۰.^{m}$

الف) با استفاده از اطلاعات داده شده، زمان نجومی محلّی را اندازه‌گیری کنید و در کادر زیر بنویسید.

زمان اندازه‌گیری:	
زمان نجومی محلی (LST):	

محل نوشتن راه حل

ب) با انجام محاسبات کروی، تعیین کنید ستاره‌ی زیر، حدوداً چه مدت بعد غروب می‌کند.



زمان اندازه‌گیری:	
فاصله‌ی زمانی تا غروب:	h m s

محل نوشتن راه حل

© Moeen Mohammadi

۲۳ شهریور ۱۳۹۷ – مزرعه نو